

## ОСОБЕННОСТИ ДЕФОРМАЦИИ ЖЕЛОБЧАТОЙ КОНВЕЙЕРНОЙ ЛЕНТЫ ПРИ МАЛЫХ НАТЯЖЕНИЯХ

В.П. ДЬЯЧЕНКО, канд. техн. наук

Национальный исследовательский технологический университет «МИСиС»,  
119049, Москва, Ленинский проспект, д. 4, e-mail: viach.dyachenko@yandex.ru

© Дьяченко В.П., 2020

Приведены аналитические зависимости для предельно допустимого радиуса изгиба желобчатой ленты конвейера в продольном направлении, при котором на участках с малым натяжением происходит потеря формы желоба, обусловленная конструктивными и физико-механическими свойствами ленты. Представлены результаты расчетов по этим зависимостям для ряда современных резинотканевых и резинотросовых лент. Полученные результаты могут использоваться для определения минимально допустимого натяжения ленты и максимально допустимого ее прогиба, которые обычно имеют место в зоне загрузки конвейера и являются отправной величиной при построении диаграммы натяжений для тягового расчета конвейера. Кроме того, они могут быть полезны при определении параметров переходных участков ленточных конвейеров.

*Ключевые слова:* ленточный конвейер, тяговый расчет, конвейерные ленты, прогиб, физико-механические характеристики.

**DOI: 10.46573/2658-5030-2020-4-46-53**

### ВВЕДЕНИЕ

На ленточном конвейере при транспортировании сыпучих грузов конвейерная лента, опираясь на трехроликовые роlikоопоры, искривляется в поперечном направлении и принимает форму желоба, средний радиус кривизны которого в случае установки боковых роликов под углом  $30^\circ$  рассчитывается как

$$r = 3B/\pi, \quad (1)$$

где  $B$  – ширина ленты.

Ввиду действия значительных растягивающих усилий лента желобчатой формы приобретает определенную изгибную жесткость и устойчивость, что позволяет рассматривать ее поведение на конвейере как упругого тонкостенного стержня открытого профиля.

В результате искажения поперечной формы желоба ленты при изгибе между опорами транспортируемый материал может просыпаться. Для того чтобы предотвратить это, при тяговом расчете конвейеров проверяют прогиб ленты в зоне минимального натяжения (обычно в зоне загрузки конвейера).

Действующие до настоящего времени нормы расчета минимального натяжения ленты конвейеров разработаны для лент с бельтинговым сердечником шириной 0,6...0,8 м. При этом значения натяжения ленты были относительно большими. Поэтому лента совершенно правильно рассматривалась как гибкая нить, нагруженная распределенной поперечной нагрузкой  $q$ , включающей вес груза и самой ленты. Норма максимального прогиба ленты первоначально устанавливалась как 3...5 см в пролете между роlikоопорами, который составлял не более 1,0...1,2 м. В дальнейшем была

принята проверочная формула для минимально допустимого натяжения ленты при шаге роlikоопор  $l_p$  [1, 2]:

$$S \geq (5 \dots 8) q l_p.$$

Обозначим радиус кривизны поперечного сечения ленты через  $r$ , а радиус продольного сечения срединной линии ленты в точке максимального прогиба – через  $\rho$ . При этом из теории гибких нитей следует, что максимально допустимая относительная кривизна

$$K = \frac{r}{\rho} = \frac{3B}{\pi(2,5 - 4,0)l_p} = \frac{(0,24 - 0,38)B}{l_p}.$$

В дальнейшем сопоставим эту величину с полученными ниже расчетными данными.

С целью решения вопроса о рациональном соотношении ширины ленты, расстояния между поддерживающими роlikоопорами и начального натяжения ленты с точки зрения устойчивости формы желоба можно рассмотреть деформированное состояние желобчатой конвейерной ленты между роlikоопорами от действующих нагрузок. Поскольку это потребует моделирования деформированного состояния гибкой упругой оболочки с применением ЭВМ, практическое использование данного метода расчета затруднительно и не дает аналитических зависимостей от действующих нагрузок, конструктивных параметров ленты и конвейера, а также от физико-механических свойств ленты.

Потеря устойчивости равновесной формы, как известно, происходит при некоторой критической для данной системы нагрузке, знание которой является достаточным для принятия мер по предотвращению потери устойчивости. Значение критической для желобчатой ленты нагрузки можно определить, используя теорию изгиба тонкостенных стержней открытого профиля.

Так как положение желоба на конвейере при центральной загрузке ленты и отсутствии в поперечной плоскости перепада высот осей опорных роlikов обеспечивает совмещенность плоскости действия нагрузки и линии центров сдвига смежных его поперечных сечений, то потери устойчивости в виде поворота сечений желоба относительно продольной оси, которая свойственна тонкостенным стержням открытого профиля, не произойдет.

Потеря устойчивости ленты характеризуется внезапностью распрямления поперечного сечения в середине пролета между роlikоопорами, т.е. там, где действует наибольший изгибающий момент. Такой локальный характер раскрытия желоба ленты в пролете между роlikоопорами указывает на достаточность рассмотрения зависимостей для случая чистого изгиба с целью определения критических значений изгибающего момента или продольной кривизны, которые в дальнейшем можно использовать для сложного нагружения ленты.

## МЕТОДИКА ИССЛЕДОВАНИЯ

Устойчивость желобчатой полосы из изотропного материала (например, из стали) при продольном изгибе в условиях отсутствия продольного натяжения исследована в классической работе [3]. Однако конвейерная лента обладает свойством анизотропии, поэтому, рассматривая чистый изгиб желобчатой конвейерной ленты, будем использовать результаты работы [4], где учтена анизотропия ленты, т.е. различие

физико-механических свойств в поперечном и продольном направлениях, в частности разница в модулях упругости, но не учтено различие соответствующих коэффициентов Пуассона (коэффициентов поперечного сужения). Рассмотрим задачу в постановке работы [4] без учета продольного натяжения ленты.

Обозначим радиус кривизны поперечного сечения желобчатой ленты через  $r$ , а радиус продольного сечения срединной линии ленты в точке максимального прогиба – через  $\rho$ .

До нагружения поперечной нагрузкой образующие линии желоба параллельны оси  $z$  (рис. 1). Главные центральные оси поперечного сечения обозначены через  $x$  и  $y$ .

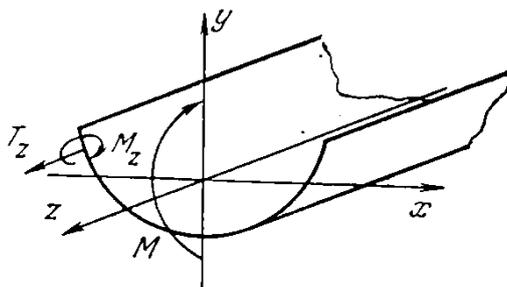


Рис. 1. Схема нагружения желоба ленты [4]

Изгиб цилиндрического желоба сопровождается продольной деформацией его образующих. Расположенные выше оси  $x$  образующие укорачиваются, а расположенные ниже нее – удлиняются. Считая, что поперечные сечения желоба при изгибе остаются плоскими (согласно общепринятой гипотезе плоских сечений), деформацию любой образующей определяем по формуле

$$\varepsilon_z = -\frac{y}{\rho}, \quad (2)$$

где  $\rho$  – радиус кривизны образующей;  $y$  – координата точки пересечения образующей с плоскостью сечений  $xy$ .

При этом в соответствии с законом Гука продольное усилие

$$T_z = \frac{E_z \delta_k y}{\rho}, \quad (3)$$

где  $E_z$  – продольный модуль упругости ленты;  $\delta_k$  – толщина каркаса прокладок ленты со сдвижками (для резинотканевых лент).

На рис. 2 изображен выделенный из ленты бесконечно малый элемент с размерами  $\delta_k$ ,  $dx$ ,  $dz$  и показаны действующие на него моменты и перерезывающие силы, которые соответствуют изгибу элемента. При этом сдвигающие силы и распределенные крутящие моменты в поперечных сечениях отсутствуют.

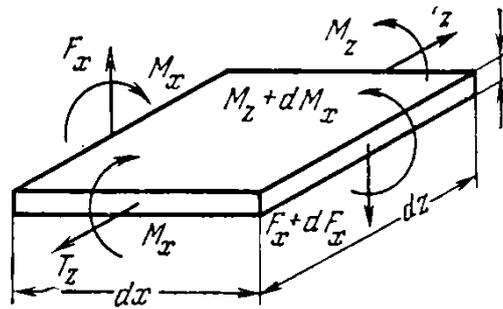


Рис. 2. Схема нагрузки элемента ленты [4]

Проецируя действующие силы на нормаль к срединной поверхности элемента с учетом искривления соответствующей образующей, получаем следующие соотношения для моментов и перерезывающих сил:

$$T_z = \rho \frac{dF_z}{dx}; \quad (4)$$

$$F_x = \frac{dM_x}{dx}; \quad (5)$$

$$T_z = \rho \frac{d^2 M_x}{dx^2}, \quad (6)$$

которыми определяется связь между продольным усилием  $T_z$  и изгибающим моментом  $M_x$ .

Связь изгибающих моментов  $M_x$  и  $M_z$  с соответствующими приращениями кривизн  $\chi_{xy}$  и  $\chi_{yz}$  в плоскостях  $xu$  и  $uz$  определяется соотношениями:

$$M_x = D_x \chi_{xy} + \nu D_z \chi_{yz}; \quad (7)$$

$$M_z = D_z \chi_{yz} + \nu D_x \chi_{xy}, \quad (8)$$

где  $\nu$  – коэффициент Пуассона;  $D_x$  – цилиндрическая жесткость ленты в поперечном сечении;  $D_z$  – цилиндрическая жесткость ленты в продольном сечении.

Заметим, что в работе [4] коэффициенты Пуассона в поперечном и продольном направлениях обозначены одним и тем же знаком, т.е. считаются равными, хотя они непременно будут различными, обратно пропорциональными модулям упругости в силу закона парности касательных напряжений.

Если начальную кривизну поперечного сечения принять равной  $1/r$ , а конечную  $\frac{d^2 z}{dx^2}$ , то приращение кривизн составит:

$$\chi_{xy} = \frac{d^2 y}{dx^2} - \frac{1}{r}; \quad (9)$$

$$\chi_{yz} = \frac{1}{\rho}. \quad (10)$$

Подставим эти выражения в формулы (7) и (8):

$$M_x = D_x \left( \frac{d^2 y}{dx^2} - \frac{1}{r} \right) + \nu D_z \frac{1}{\rho}; \quad (11)$$

$$M_z = D_z \frac{1}{\rho} + \nu D_x \left( \frac{d^2 y}{dx^2} - \frac{1}{r} \right). \quad (12)$$

При подстановке (3) и (11) в (6) в работе [4] получено уравнение продольного изгиба желобчатой ленты:

$$\frac{d^4 y}{dx^4} - \frac{E_z \delta_k \rho^2}{D_x} y = 0. \quad (13)$$

Обозначив

$$\frac{E_z \delta_k \rho^2}{D_x} = 4m^4, \quad (14)$$

получим решение уравнения (13) в виде

$$y = c_1 ch \frac{mx}{\rho} \cos \frac{mx}{\rho} + c_2 sh \frac{mx}{\rho} \sin \frac{mx}{\rho} + c_3 ch \frac{mx}{\rho} \sin \frac{mx}{\rho} + c_4 sh \frac{mx}{\rho} \cos \frac{mx}{\rho}. \quad (15)$$

Постоянные  $c_1$ ,  $c_2$ ,  $c_3$  и  $c_4$  определяются из граничных условий для поперечного сечения ленты при отсутствии нагрузки на продольных кромках:

$$F_x = 0, \quad M_x = 0 \quad \text{при} \quad x = \pm \frac{B}{2}. \quad (16)$$

С учетом зависимостей (5) и (11) можно определить, что

$$c_1 = \frac{\rho^2}{2m^2} \left( \frac{1}{r} - \frac{D_z \nu}{D_x \rho} \right) \frac{sh \frac{mB}{2\rho} \cos \frac{mB}{2\rho} - ch \frac{mB}{2\rho} \sin \frac{mB}{2\rho}}{sh \frac{mB}{2\rho} ch \frac{mB}{2\rho} + \sin \frac{mB}{2\rho} \cos \frac{mB}{2\rho}}; \quad (17)$$

$$c_2 = \frac{\rho^2}{2m^2} \left( \frac{1}{r} - \frac{D_z \nu}{D_x \rho} \right) \frac{sh \frac{mB}{2\rho} \cos \frac{mB}{2\rho} + ch \frac{mB}{2\rho} \sin \frac{mB}{2\rho}}{sh \frac{mB}{2\rho} ch \frac{mB}{2\rho} + \sin \frac{mB}{2\rho} \cos \frac{mB}{2\rho}}; \quad (18)$$

$$c_3 = c_4 = 0. \quad (19)$$

Решение равенства (15) с учетом формул (17) и (18) приближенно описывает форму деформированного поперечного сечения ленты в зависимости от искривления ее в продольном направлении (без учета сделанных нами выше замечаний о различиях коэффициентов Пуассона в продольном и поперечном направлениях).

Значение критического (вызывающего потерю устойчивости формы желоба ленты) внешнего изгибающего момента получено из выражения

$$M = \int_{-\frac{B}{2}}^{\frac{B}{2}} (M_z - T_z y) dx. \quad (20)$$

Подставив в формулу (20) значения  $T_z$ ,  $M_z$  и  $y$  из выражений (6), (12) и (14) с учетом равенств (11), (17) и (18), получим

$$M = \frac{D_z B}{r} \left[ \frac{r}{\rho} - \nu \frac{D_x}{D_z} + \left( \nu \frac{D_x}{D_z} - \nu^2 \frac{r}{\rho} \right) \Phi_1 + \frac{\rho}{r} \frac{D_x}{D_z} \left( 1 - \frac{D_z}{D_x} \nu \frac{r}{\rho} \right)^2 \Phi_2 \right], \quad (21)$$

где

$$\Phi_1 = \frac{2}{\lambda} \frac{ch \lambda - \cos \lambda}{sh \lambda + \sin \lambda}; \quad (22)$$

$$\Phi_2 = \frac{1}{2\lambda} \frac{ch \lambda - \cos \lambda}{sh \lambda + \sin \lambda} - \frac{\sin \lambda sh \lambda}{(sh \lambda + \sin \lambda)^2}; \quad (23)$$

$$\lambda = \frac{mB}{\rho}. \quad (24)$$

Удобнее использовать удельную величину критического момента  $\mu = M / D_z$ , которая отложена на приведенном ниже графике.

Выражение (21) описывает искомую связь между внешним моментом  $M$  и соответствующей кривизной  $\frac{1}{\rho}$ .

С учетом большой разницы между коэффициентами Пуассона в поперечном и продольном направлениях нами уточнены варианты уравнения (21):

для резинотканевых лент:

$$\mu = M/D_z = \frac{\pi}{3} \left[ K - \nu \cdot c + (\nu \cdot c - \nu^2 \cdot K) \Phi_1 + \left( \frac{c}{K} \right) (1 - \nu \cdot K/c)^2 \Phi_2 \right];$$

для резинотросовых лент:

$$\mu_1 = M/D_z = \frac{\pi}{3} \left[ -K - \nu + \nu \Phi_1 - \left( \frac{c}{K} \right) \Phi_2 \right], \text{ где } c = \frac{D_x}{D_z}.$$

Отсюда можно найти выражение для критической кривизны продольного изгиба желобчатой ленты, если решить уравнение

$$\frac{dM}{d\left(\frac{1}{\rho}\right)} = 0. \quad (25)$$

Однако решение этого уравнения сопряжено со значительными математическими трудностями. Для требуемого частного случая проще найти критическое значение изгибающего момента графически. При этом, задаваясь рядом значений  $K = \frac{r}{\rho}$ , по формуле (24) определяем соответствующие значения  $\lambda$ , а затем из выражений (22) и (23) –  $\Phi_1$  и  $\Phi_2$ , после чего по формуле (21) находим соответствующие значения удельного критического момента  $\mu = M / D_z$ .

## РЕЗУЛЬТАТЫ РАСЧЕТОВ И ВЫВОДЫ

Выполнены расчеты по уточненным формулам для линеек резинотканевых и резинотросовых лент, выпускаемых «Уральским заводом РТИ», DUNLOP, Metso Minerals и другими ведущими фирмами в этой области промышленности. На типичном примере графика, приведенного на рис. 3, видно, что состояние равновесия желоба ленты (в данном случае типа 1ТК-400 (три прокладки) шириной 1 200 мм) описывается

кривой, имеющей пик при некотором критическом значении изгибающего момента. Координаты пиков таких кривых для различных типов лент соответствуют значениям критических изгибающих моментов и критических кривизн в продольном направлении.

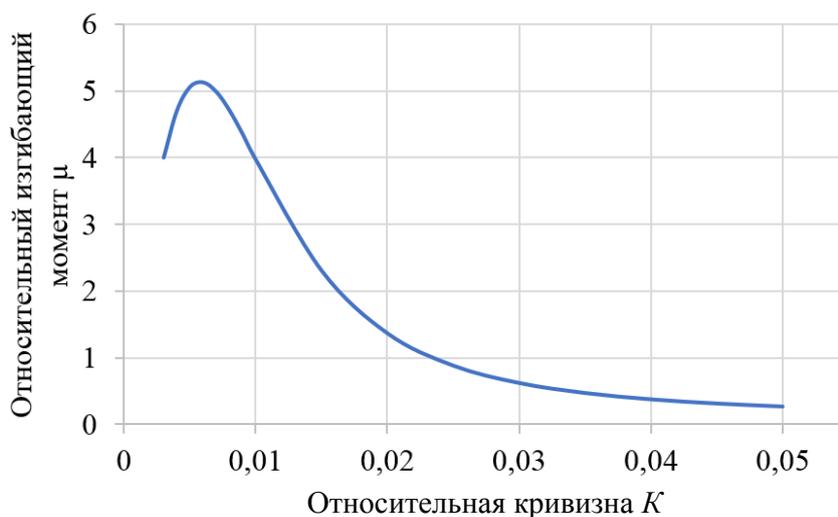


Рис. 3. Кривая состояния равновесия желоба для лент 1ТК-400

При нагружении желоба от нуля до  $M_{кр}$  зависимость внешнего момента от продольной кривизны почти линейна. На этом этапе нагружения искажение формы поперечного сечения не происходит. Закритическая область кривой характеризуется постепенным распрямлением желобчатой формы до полного ее исчезновения, после чего полотно конвейера становится практически линейно деформируемым.

В соответствии с данными расчетов устойчивость желоба резиноканевых лент при одинаковой ширине значительно меньше устойчивости резинотросовых, поскольку поперечная жесткость тканевых лент больше, чем у резинотросовых. Критическая кривизна для лент одинаковой ширины имеет одно и то же значение.

Для резиноканевых лент критическое значение  $K = 0,004 \dots 0,001$ . Чем больше величина  $c$  (она варьировалась в диапазоне от 0,22 до 1,0), тем меньше допустимая кривизна ленты  $K$ . При большом сопротивлении изгибу ленты в желоб она легче распрямляется при продольном изгибе. Это подтверждают и результаты расчетов для резинотросовых лент: для них критическое значение  $K = 0,010 \dots 0,015$ , т.е. на порядок меньше, чем для резиноканевых.

Минимально допустимое натяжение ленты должно, конечно, определяться по критическому моменту изгиба в сопоставлении с нагрузкой на пролет между роlikоопорами и шагом роlikоопор, что является предметом дальнейшего исследования.

Определяемые по кривым состояния значения критических изгибающих моментов и критических кривизн желобчатых лент в продольном направлении необходимы для расчета оптимальных значений параметров конвейера по условию отсутствия развала ленты на переходных участках.

## ЛИТЕРАТУРА

1. Дмитриев В.Г., Вержанский А.П. Основы теории ленточных конвейеров. М.: Горное машиностроение, 2017. 592 с.
2. Современная теория ленточных конвейеров горных предприятий / В.И. Галкин, В.Г. Дмитриев, В.П. Дьяченко, И.В. Запенин, Е.Е. Шешко. М.: Горная книга, 2011. 545 с.

3. Пановко Я.Г., Губанова И.И. Устойчивость и колебания упругих систем. М.: Наука, 1987. 352 с.

4. Шибалов С.Ф. Исследование ленточно-канатного конвейера для крупнокузовых скальных грузов: дис. ... канд. техн. наук. М., 1978. 251 с.

**Для цитирования:** Дьяченко В.П. Особенности деформации желобчатой конвейерной ленты при малых натяжениях // Вестник Тверского государственного технического университета. Серия «Технические науки». 2020. № 4 (8). С. 46–53.

## **SPECIFIC FEATURES OF DEFORMATION OF THE GROOVED CONVEYOR BELT AT LOW TENSIONS**

V.P. DYACHENKO, Cand. Sc.

National research technological university "MISIS", 4, Leninsky Prospekt,  
119049, Moscow, Russian Federation, e-mail: viach.dyachenko@yandex.ru

The article presents analytical dependences for the maximum permissible bending radius of the conveyor belt in the longitudinal direction, in which the shape of the gutter is lost in areas with low tension, depending on the design and physical and mechanical properties of the belt. The results of calculations based on these dependencies for a number of modern rubber-fabric and rubber-rope belts are presented. The results obtained can be applied to determine the minimum allowable belt tension and the maximum allowable belt deflection, which usually occur in the loading zone of the conveyor and are the starting value when constructing a tension diagram in the process of traction calculation of the conveyor. They are also useful for determining the parameters of transition sections of conveyor belts.

*Keywords:* belt conveyor, traction calculation, conveyor belts, deflection, physical and mechanical characteristics.

### **REFERENCES**

1. Dmitriev V.G., Verzhanskiy A.P. Osnovy teorii lentochnykh konveyerov [Grounds of the belt conveyor theory]. Moscow: Gornoe mashinostroenie, 2017. 592 p.

2. Sovremennaya teoriya lentochnykh konveyerov gornyx predpriyatiy [Modern theory of the belt conveyors of mining enterprises]. V.I. Galkin, V.G. Dmitriev, V.P. Dyachenko, I.V. Zapenin, E.E. Sheshko. Moscow: Gornaya kniga, 2011. 545 p.

3. Panovko Ya.G., Gubanova I.I. Ustojchivost i kolebanija uprugih system. [Stability and vibrations of elastic systems]. Moscow: Nauka, 1987. 352 p.

4. Shibalov S.F. Research of the belt-rope conveyor for large-bulk rock cargo. Cand. diss. (Technical). Moscow, 1978. 251 p. (In Russian).

Поступила в редакцию/received: 10.08.2020; после рецензирования/revised: 27.10.2020;  
принята/accepted 08.11.2020