ТРАНСПОРТНОЕ, ГОРНОЕ И СТРОИТЕЛЬНОЕ МАШИНОСТРОЕНИЕ

УДК 622.23.05

КОРРЕЛЯЦИОННАЯ ФУНКЦИЯ И СПЕКТРАЛЬНАЯ ПЛОТНОСТЬ СЛУЧАЙНЫХ КОЛЕБАНИЙ КОЛИЧЕСТВА ГРУЗА НА КОНВЕЙЕРЕ

В.П. ДЬЯЧЕНКО, канд. техн. наук

Национальный исследовательский технологический университет «МИСиС», 119049, Москва, Ленинский проспект, д. 4, e-mail: viach.dyachenko@yandex.ru

Получены аналитические зависимости корреляционной функции и спектральной плотности интегральной нагрузки на ленте конвейера в условиях случайного грузопотока, который специфичен для горных предприятий. Математически процесс поступления груза на конвейер считается марковским экспоненциально коррелированным случайным процессом. Вероятностные параметры искомой нагрузки на конвейер определяются для двух моделей случайного грузопотока: классической модели и предложенной в более ранних работах автора. Полученные в данной статье аналитические зависимости могут быть применены для моделирования системы регулирования скорости ленточного конвейера в зависимости от случайных колебаний входного грузопотока, а также для определения вероятностных характеристик случайных колебаний нагрузки на привод и максимального натяжения ленты конвейера, количества метана, выделяемого транспортируемым углем в горных выработках.

Ключевые слова: ленточный конвейер, расчет натяжения ленты, грузопоток, нагрузка на привод, марковский случайный процесс, вероятностные характеристики.

DOI: 10.46573/2658-5030-2021-1-40-47

ВВЕДЕНИЕ

Вероятностные характеристики загрузки привода ленточного конвейера, регулирования скорости ленточного конвейера в зависимости от колебаний величины входного грузопотока, максимального (необходимого для прочностного расчета) натяжения конвейерной ленты и многих других параметров при случайных колебаниях грузопотока определяются флуктуациями загрузки конвейера, т.е. текущего значения количества груза, лежащего на его ленте [1]. Это количество является текущим значением интеграла входного грузопотока, определяемым за период движения груза по конвейеру, т.е. «скользящей» суммой грузопотока. Этим обусловлена актуальность темы, затронутой в данной статье.

МЕТОДИКА ИССЛЕДОВАНИЯ

В 60-х годах 20-го столетия началось активное использование методов теории вероятностей и математической статистики при исследовании технологических процессов в горном деле, в том числе при описании грузопотоков, поступающих на ленточные конвейеры. Итоги этого этапа исследований фактически подведены в работе [2].

Представление входного потока груза на ленточный конвейер в виде случайного во времени процесса является в настоящее время общепринятым [3]. При этом величина грузопотока $\alpha(t)$ считается произведением непрерывного случайного процесса двух составляющих: непрерывной составляющей и потока импульсов единичной высоты, который учитывает интервалы поступления и отсутствия груза:

$$\alpha(t) = \acute{\alpha}(t)\, \varphi\, (t). \tag{1}$$

Непрерывная составляющая $\acute{\alpha}(t)$ считается гауссовским марковским процессом, который характеризуется нормальным законом распределения амплитуды и экспоненциальной корреляционной функцией, а дискретная составляющая $\varphi\,(t)$ – простым пуассоновским процессом (законы вероятностного распределения длительности интервалов поступления и отсутствия грузопотока являются экспоненциальными). Исходя из этого весь процесс также является гауссовским марковским и экспоненциально коррелированным процессом с постоянной интенсивностью.

Автором настоящей статьи выполнен критический анализ принятого метода описания случайных грузопотоков на горных предприятиях, результаты которого используются при обосновании эксплуатационных и конструктивных параметров ленточных конвейеров [4]. При этом доказано, что существующее представление случайных грузопотоков как нормально распределенных и имеющих постоянную интенсивность колебаний соответствует устаревшим горным технологиям и механизированным комплексам и противоречит физическому механизму формирования их величины, а также не отвечает действительному характеру работы современных выемочных машин. Предложена уточненная система вероятностных параметров для описания и прогнозирования величины грузопотоков.

Кратко перечислим некоторые основные ее отличия:

грузопоток является последовательностью бесконечно узких прямоугольных импульсов высотой α_i каждый и длительностью, имеющей экспоненциальное распределение;

интенсивность обобщенного экспоненциального распределения длительности импульса на уровне α_i функционально связана со значением уровня: $\upsilon = f\,(\alpha)$, при этом α не является постоянной для всех уровней грузопотока величиной;

рассмотренные процессы, описывающие случайные грузопотоки, также являются марковскими с некоторым финальным распределением $p(\alpha)$, не обязательно нормальным;

эти процессы имеют, кроме $p(\alpha)$, дополнительный вероятностный параметр $q(\alpha) = \upsilon(\alpha)\cdot p(\alpha)/\upsilon_{cp}$ – плотность вероятности распределения уровней (состояний) грузопотока, где υ_{cp} – средняя интенсивность переходов с одного уровня на другой;

необходимо экспериментально измерять любые два из трех упомянутых выше распределений: $q(\alpha)$, $\upsilon(\alpha)/\upsilon_{cp}$ и $p(\alpha)$.

Заметим, что для удобства математических выкладок проще использовать вместо величины $\upsilon(\alpha)$ обратную ей величину $T(\alpha) = 1/\upsilon(\alpha)$ – среднее время пребывания процесса на уровне α.

РЕЗУЛЬТАТЫ ИССЛЕДОВАНИЯ

Вначале используем классический случай описания случайного грузопотока, при котором принято, что интенсивность $\upsilon(\alpha)$ не зависит от текущего уровня грузопотока α, т.е. когда $\upsilon = const$ (в дальнейшем нумерация формул не производится, так как они приводятся в прямой логической последовательности).

Корреляционная функция загруженности конвейера Q определялась в работе [5], где было выполнено вычисление только дисперсии этой величины, т.е. значения $K_Q(\tau)$ при $\tau = 0$, то корреляционная функция найдена лишь для интервала $0 \le \tau \le T_k$, где T_k – время движения груза по конвейеру, т.е. время загрузки конвейера.

В действительности, как показано ниже, выражение для корреляционной функции $K_Q(\tau)$ при $|\tau| > T_k$ имеет не такой вид, как при $|\tau| < T_k$. Количество груза, лежащего на конвейере, составляет

$$Q = \int_0^{T_k} \alpha(t)\, dt$$

и является стационарным случайным процессом.

Как общепринято, корреляционную функцию грузопотока рассчитываем как

$$K_\alpha(\tau) = D_\alpha \cdot e^{-\upsilon|\tau|},$$

где D_α – дисперсия уровня грузопотока:

$$D_\alpha = \int_0^\infty (\alpha - M_\alpha)^2 \cdot exp(- \cdot \upsilon|\tau|)\, p(\alpha) d\alpha = \int_0^\infty (\alpha - M_\alpha)^2\, p(\alpha) d\alpha, \text{при } \tau = 0;$$

M_α – математическое ожидание его величины:

$$M_\alpha = \int_0^\infty \alpha^2\, p(\alpha) d\alpha.$$

Основываясь на работе [6], принимаем, что корреляционная функция количества груза Q, как интеграла от грузопотока $\alpha(t)$, определяется формулой

$$K_Q(\tau) = 2\int_0^{T_k} (\tau - \theta) \cdot K_\alpha(\theta - \tau) d\theta = 2\int_0^{T_k} (\tau - \theta) \cdot D_\alpha \cdot exp(-\upsilon \cdot |\theta - \tau|)\, d\theta.$$

Если $T_k \ge \tau$, т.е. при $0 \le \tau \le T_k$, знак модуля в показателе экспоненты не имеет значения. При этом согласно работе [1] значения корреляционной функции и дисперсии Q составляют:

$$K_Q(\tau) = D_\alpha \left\{ \frac{2(T_k - \tau)}{\upsilon} + \frac{1}{\upsilon^2} \cdot \left[e^{-\upsilon(T_k - \tau)} + e^{-\upsilon(T_k + \tau)} - 2e^{-\upsilon\tau} \right] \right\}$$

,

$$D_Q = K_Q(0) = D_\alpha \left(\frac{2T_k}{\upsilon} - \frac{2}{\alpha^2} + \frac{2e^{-\upsilon T_k}}{\upsilon^2} \right)$$

.

При $\tau = T_k$ получим:

$$K_Q(T_k) = \frac{D_\alpha}{\upsilon^2} [1 + e^{-2\upsilon T_k} - 2e^{-\upsilon T_k}] = \frac{D_\alpha}{\upsilon^2} (1 - e^{-\upsilon T_k}).$$

Если $\tau \geq T_k$, выражение для корреляционной функции принимает вид

$$K_Q(\tau) = D_\alpha \cdot \frac{1}{\upsilon^2}\left[e^{-\upsilon(\tau - T_k)} + e^{-\upsilon(\tau + T_k)} - 2e^{-\upsilon\tau}\right].$$

При $\tau = T_k$ оно совпадает с полученным выше, совпадают и первые производные по τ обоих этих выражений, равные при $\tau = T_k$:

$$\frac{d}{d\tau}K_Q(\tau) = \frac{-D_\alpha}{\upsilon}(1 - e^{-\upsilon T_k})^2 < 0.$$

Вторые производные по τ обоих этих выражений также совпадают при $\tau = T_k$ и равны при этом:

$$\frac{d^2}{d\tau^2}K_Q(\tau) = D_\alpha(1 - e^{-\upsilon T_k})^2 > 0.$$

Отсюда следует, что при $\tau = T_k$ кривая корреляционной функции $K_Q(\tau)$ является вогнутой. При $\tau = 0$ первая производная $K_Q(\tau)$ равна нулю.

Поэтому кривая $K_Q(\tau)$ имеет общий вид, показанный на рис. 1. Точка перегиба кривой А определяется координатой $\tau_{\text{А}}$, которую можно найти из равенства

$$e^{\upsilon\tau} = \sqrt{2e^{\upsilon T_k}} - 1.$$

Среднее время корреляции $\tau_{к.\,ср}$ процесса $Q(t)$ находится интегрированием нормированной корреляционной функции на отрезках сдвига времени $0 \leq \tau \leq T_k$ и $T_k < \tau \leq \infty$:

$$\tau_{\text{к. ср}} = \frac{T_k}{2}.$$

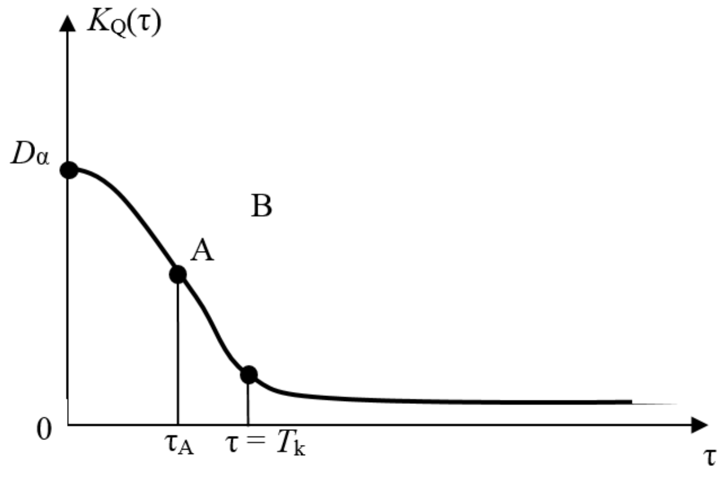

Рис. 1. Форма и параметры корреляционной функции случайного количества груза на ленте конвейера

Общая для произвольного значения τ формула для корреляционной функции $K_Q(\tau)$ приобретает вид

$$K_Q(\tau) = D_\alpha \frac{1}{\upsilon^2}\left(e^{-\upsilon|\tau - T_k|} + e^{-\upsilon T_k} - 2e^{-\upsilon|\tau|}\right) + D_\alpha \frac{2}{\upsilon} I(T_k - \tau),$$

где $I(T_k - \tau)$ – единичная ступенчатая функция Хевисайда, которая, по определению, равна нулю при $T_k < \tau$ и единице при $T_k > \tau$.

Спектральная плотность случайного процесса загруженности конвейера *Q(t)* определяется произведением:

$$S_Q(\omega) = S_\alpha(\omega) \cdot |\Phi(j\omega)|^2,$$

где

$$S_\alpha(\omega) = \frac{\sigma_\alpha^2}{\pi} \cdot \frac{\upsilon}{\omega^2 + \upsilon^2};$$

$\Phi(j\omega)$ – преобразование Фурье от переходной функции условного блока, выполняющего операцию интегрирования по времени (здесь $j = \sqrt{-1}$ – мнимая единица).

Как известно, передаточная функция блока интегрирования рассчитывается как

$$W(p) = \frac{1}{p}(1 - e^{-T_k p}).$$

Подставляя в это выражение $p = j\omega$, получаем искомую функцию $\Phi(j\omega)$ и ее квадрат:

$$\Phi(j\omega) = \frac{1}{j\omega}\left(1 - e^{-j\omega T_k}\right);$$

$$|\Phi(j\omega)|^2 = \frac{1}{j\omega}\left(1 - e^{-j\omega T_k}\right) \cdot \frac{1}{-j\omega}\left(1 - e^{-j\omega T_k}\right) = \frac{2}{\omega^2}(chj\omega T_k) = \frac{2}{\omega^2}(1 - cos\, \omega\, T_k).$$

Следовательно, спектральная плотность случайного количества груза на ленте конвейера

$$S_Q(\omega) = \frac{2}{\pi}\sigma_\alpha^2 \frac{\upsilon}{\omega^2(\omega^2 + \upsilon^2)} \cdot (1 - cos\, \omega\, T_k).$$

Форма и параметры этой функции показаны на рис. 2. Спектральная плотность случайного количества груза на ленте конвейера является периодической функцией частоты ω с периодом $\frac{2\pi}{T_k}$.

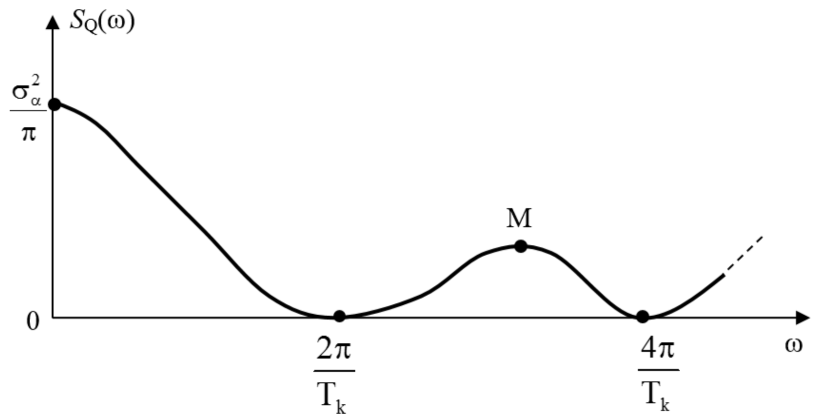

Рис. 2. Форма и параметры спектральной плотности случайного количества груза на ленте конвейера

Обобщим теперь полученные зависимости на случай предложенной автором уточненной модели случайного грузопотока. Все предыдущие преобразования производились по переменной, характеризующей сдвиг по времени τ, и не касались переменного уровня грузопотока α. Поэтому для случая, когда $\upsilon(\alpha)$ изменяется в зависимости от уровня грузопотока α, проводя аналогию с выполненными выше математическими выкладками, можно получить, что корреляционная функция и спектральная плотность количества груза на конвейере соответственно равны:

$$K_Q(\tau) = \int_0^\infty (\alpha - M_\alpha)^2 \cdot \left[\frac{1}{\upsilon^2}\left(e^{-\upsilon|\tau - T_k|} + e^{-\upsilon T_k} - 2e^{-\upsilon|\tau|}\right) + \frac{2}{\upsilon} I(T_k - \tau)\right] p(\alpha) d\alpha;$$

$$S_Q(\omega) = \int_0^\infty (\alpha - M_\alpha)^2 \cdot \frac{2}{\pi} \frac{\upsilon}{\omega^2(\omega^2 + \upsilon^2)} \cdot (1 - \cos\omega\, T_k) p(\alpha) d\alpha.$$

Вероятностное распределение количества груза на конвейере можно рассматривать как распределение суммы большого числа малых одинаково распределенных величин. В этом случае согласно работе [6] оно практически совпадает с нормальным распределением, имеющим математическое ожидание $M_Q = M_\alpha T_к$, и прямо пропорциональное времени $T_к$, с дисперсией, которая определена нами выше.

Приведенные здесь зависимости могут быть использованы для анализа способов регулирования скорости ленточных конвейеров в зависимости от колебаний поступающего случайного грузопотока с целью повышения энергоэффективности горного предприятия, для определения вероятностных параметров нагрузки на привод конвейера и максимального натяжения конвейерной ленты, а также для решения других задач.

ЗАКЛЮЧЕНИЕ

1. График спектральной плотности случайных колебаний нагрузки на конвейере носит периодический характер, что может вызывать вынужденные колебания и даже автоколебания в приводе конвейера, и является предметом дальнейших исследований.

2. Результаты настоящей работы полезны для использования при анализе способов регулирования скорости ленточных конвейеров в зависимости от колебаний поступающего случайного грузопотока с целью повышения энергоэффективности горного предприятия, для определения вероятностных параметров нагрузки на привод конвейера и максимального натяжения конвейерной ленты, а также для решения других задач (например, для разработки систем регулирования загрузки автоматизированных бункеров конвейерных систем).

3. Приведенные выше вероятностные параметры загрузки конвейера достаточно просто обобщаются для предложенного ранее автором метода уточненного описания интенсивности случайного грузопотока, поступающего на ленточные конвейеры, эксплуатируемые на горных предприятиях.

ЛИТЕРАТУРА

1. Галкин В.И., Дмитриев В.Г., Дьяченко В.П., Запенин И.В., Шешко Е.Е. Современная теория ленточных конвейеров горных предприятий. М.: Горная книга, 2011. 545 с.

2. Мерцалов Р.В. Исследования подземных грузопотоков и установление способов повышения эффективности использования шахтных конвейеров: дис. … канд. техн. наук. М., 1968. 167 с.

3. Дмитриев В. Г., Вержанский А.П. Основы теории ленточных конвейеров. М.: Горное машиностроение, 2017. 592 с.

4. Дьяченко В.П. Методы описания величины случайного грузопотока ленточных конвейеров горных предприятий на основе ее эмпирических распределений // *Горный информационно-аналитический бюллетень*. 2007. № 3. С. 287–289.

5. Шахмейстер Л.Г., Дмитриев В.Г., Лобачева А.К. Динамика грузопотоков и регулирование скорости ленточного конвейера. М.: Моск. горный ин-т, 1974. 45 с.

6. Вентцель Е.С. Курс теории случайных процессов. М.: Наука, 1996. 400 с.

7. Pevzner L., Dmitrieva V. System of automatic load stabilization of mining belt-conveyors // *Proceedings of the 14th International Symposium on Mine Planning and Equipment Selection, MPES 2005 and the 5th International Conference on Computer Applications in the Minerals Industries, CAMI 2005.* 2005. P. 1050–1058.

Для цитирования: Дьяченко В.П. Корреляционная функция и спектральная плотность случайных колебаний количества груза на конвейере // Вестник Тверского государственного технического университета. Серия «Технические науки». 2021. № 1 (9). С. 40–47.

CORRELATION FUNCTION AND SPECTRAL DENSITY OF RANDOM FLUCTUATIONS IN THE AMOUNT OF CARGO ON THE CONVEYOR

V.P. DYACHENKO, Cand. Sc.

National research technological university "MISIS", 4, Leninsky Prospekt, 119049, Moscow, Russian Federation, e-mail: viach.dyachenko@yandex.ru

The article presents analytical dependences of the correlation function and the spectral density of the integral load on the conveyor belt in the conditions of random cargo flow, which is specific to mining enterprises. Mathematically, the process of cargo entering the conveyor is considered to be a Markov exponentially correlated random process. The probabilistic parameters of the desired load on the conveyor are determined for two models of random cargo flow: the classical model and the one proposed in earlier works of the author of this article. The analytical dependences obtained in this work can be applied to model the speed control system of a belt conveyor depending on random fluctuations in the input cargo flow, as well as to determine the probabilistic characteristics of random fluctuations in the load on the drive and the maximum tension of the conveyor belt, the amount of methane released by transported coal in mine workings.

Keywords: belt conveyor, calculation of the tension of the belt, the traffic, the load on the actuator, Markov random process probabilistic characteristics.

REFERENCES

1. Galkin V.I., Dmitriev V.G., Dyachenko V.P., Tsapenin I.V., Sheshko E.E. Sovremennaya teoriya lentochnykh konveyerov gornykh predpriyatiy [Contemporary theory of the belt conveyors of mining enterprises]. Moscow: Gornaya kniga, 2011, 545 p.

2. Mertsalov R.V. Study of underground freight traffics and finding ways to improve the efficiency to use of mining conveyors, Cand. Diss. (Ingineering). Moscow. 1968. 167 p. (In Russian).

3. Dmitriev V.G., Verzhanskiy A.P. Osnovy teorii lentochnykh conveyerov [Grounds of the belt conveyor theory]. Moscow: Gornoe mashinostroenie. 2017. 592 p.

4. Dyachenko V.P. Methods of describing of the random freight traffic value of the band conveyors of mining enterprises on the basis of its empirical distributions. *Gornyy informatsionno-analiticheskiy byulleten.* 2007, No. 3, pp. 287–289. (In Russian).

5. Shakhmeyster L.G., Dmitriev V.G., Lobacheva A.K. Dinamika gruzopotokov i regulirovanie skorosti lentochnogo konveyera [Dynamics of cargo flows and regulating of the speed of a belt conveyor]. Moscow: Mosk. gornyy in-t, 1974. 45 p.

6. Ventzel E.S. Kurs teorii sluchaynykh prozessov [Course in the theory of random processes]. Moscow: Nauka, 1996, 400 p.

7. Pevzner L., Dmitrieva V. System of automatic load stabilization of mining belt-conveyors. *Proceedings of the 14th International Symposium on Mine Planning and Equipment Selection, MPES 2005 and the 5th International Conference on Computer Applications in the Minerals Industries, CAMI 2005.* 2005, pp. 1050–1058.

Поступила в редакцию/received: 23.10.2020; после рецензирования/revised: 23.12.2020; принята/accepted 28.12.2020