

МАШИНОСТРОЕНИЕ

УДК 621.833.6

СИНТЕЗ ЗУБЧАТОЙ ПЕРЕДАЧИ С ИЗМЕНЯЕМЫМ УГЛОМ МЕЖДУ ОСЯМИ КОЛЕС

А.А. ГОЛОВНИН, канд. техн. наук

Тверской государственный технический университет,
170026, Тверь, наб. Аф. Никитина, 22, e-mail: golovninaa@rambler.ru

© Головнин А.А., 2025

Статья посвящена синтезу зубчатой передачи с возможностью изменения угла между осями колес. Приведено решение для передачи, одно из зубчатых колес которой коническое, а второе – тороидное с материализованной внутренней областью тора. Для этого опора для вращательного движения тороидного зубчатого колеса должна быть размещена на охватывающем его коленчатом валу, коренные шейки которого смонтированы на ползунах с неподвижными направляющими, параллельными касательной к делительному конусу конического зубчатого колеса. Коленчатый вал снабжен синусным механизмом, содержащим смонтированный на щеке коленчатого вала кривошип, соединенный с ползуном, неподвижная направляющая которого расположена перпендикулярно неподвижным направляющим опор коренных шеек коленчатого вала.

Ключевые слова: зубчатые передачи, тороидное колесо, поворот осей колес.

DOI: 10.46573/2658-5030-2025-1-5-11

ВВЕДЕНИЕ

Одной из сторон научно-технического прогресса является ускоренное развитие робототехники, в том числе совершенствование и расширение возможностей приводов. В частности, проводятся научные изыскания в области приводов с изменяющимися углами между осями вращающихся валов. Высшие пары, к которым относятся зубчатые передачи, могут иметь линейное или точечное касание поверхностей звеньев. Линейное касание позволяет обеспечить более высокие прочностные свойства, точечное же дает большую степень свободы. Линейное касание реализовано в зубчатых передачах, делительные поверхности которых представляют собой линейчатые поверхности вращения: в виде прямых круговых цилиндра и конуса, в том числе их предельных вариантов – реечного зацепления и вращения с участием плоского диска, а также однополостного гиперболоида вращения [1]. Точечное касание возможно с участием в качестве делительной поверхности вращения, образованной вращением кривых линий. Представляет интерес рассмотрение поверхностей второго порядка, к которым относятся тор [2] и его частные случаи: сфера [3], эллипсоид, параболоид и двуполостной гиперболоид; они могут соприкоснуться в одной точке, вокруг которой возможен взаимный поворот осей таких колес. Рассматривается устройство и обосновываются параметры зубчатой передачи, одно из колес которой коническое, а второе – тороидное и сопряжение колес сохраняется в процессе взаимного поворота их осей [4].

МЕТОД РЕШЕНИЯ

Приведен синтез варианта зубчатой передачи с возможностью изменения угла между осями колес, выбрана схема зубчатой передачи с точечным касанием делительных поверхностей, одно из колес которой коническое, а второе – тороидное. На основании анализа геометрических соотношений найдено условие сохранения сопряжения колес в процессе взаимного поворота их осей, предложена схема механизма поворота осей колес относительно друг друга. Определены параметры этой схемы, обеспечивающие выполнение требуемого движения.

ГЕОМЕТРИЧЕСКИЙ АНАЛИЗ СОПРЯЖЕНИЯ КОЛЕС В ПРОЦЕССЕ ПОВОРОТА ИХ ОСЕЙ

Зубчатая передача (рис. 1) содержит сопряженные коническое 1 и тороидное 2 зубчатые колеса. У тороидного зубчатого колеса, в отличие от глобоидных червяков, материализована внутренняя область тора. Сопряжение конического и тороидного зубчатых колес возможно, если в процессе обкатки тороидного колеса по коническому будет обеспечиваться равенство их расчетных модулей в полюсе зацепления: $m_x = m_\varphi$, где $m_x = \frac{D_x}{z_1}$ и $m_\varphi = \frac{D_\varphi}{z_2}$, т.е. число зубьев z_1 и z_2 и диаметры делительных окружностей D_x конической и D_φ тороидной делительных поверхностей в полюсе зацепления должны находиться в одной и той же пропорции:

$$\frac{z_1}{z_2} = \frac{D_x}{D_\varphi}.$$

При этом модули $m_x = m_\varphi$ по ширине зубчатого венца конического зубчатого колеса и по дуге зубчатого венца тороидного зубчатого колеса должны изменяться в одном и том же диапазоне, от минимального внутреннего m_{ni} до максимального внешнего m_{ne} . Поскольку тороидное колесо может быть сопряжено с коническим только внешней частью 3 своей поверхности, причем только по одну сторону от продольной плоскости симметрии, его рабочая часть ограничивается 1/4 частью поверхности тора в пределах 90° от его наибольшего диаметра.

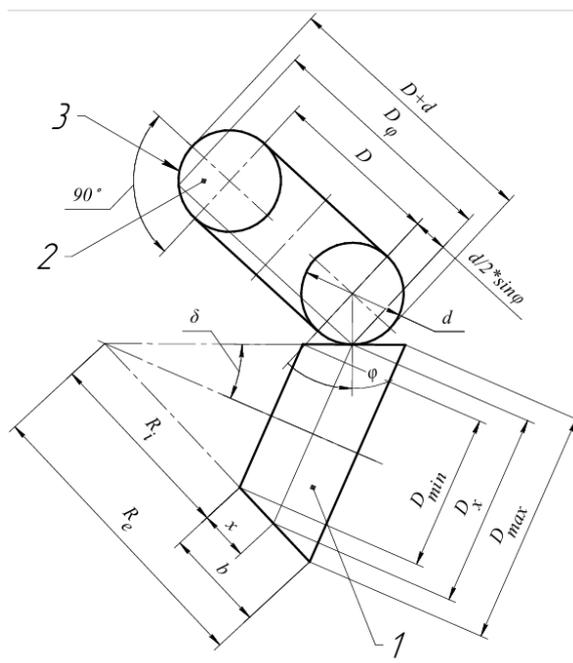


Рис. 1. Расчетная схема сопряжения конического и тороидного зубчатых колес

Делительный диаметр конического зубчатого колеса вдоль ширины его зубчатого венца линейно изменяется по ширине его зубчатого венца b :

$$D_x = 2(R_i + x) \operatorname{tg} \delta,$$

где R_i – внутреннее делительное конусное расстояние конического зубчатого колеса; x – расстояние от края зубчатого венца со стороны вершины делительного конуса; δ – угол делительного конуса конического зубчатого колеса.

Диапазон изменения делительного диаметра конического зубчатого колеса от минимального внутреннего $D_i = 2R_i \operatorname{tg} \delta$ при $x = 0$ до максимального внешнего $D_e = 2R_e \operatorname{tg} \delta$ при $x = b$, где $R_e = R_i + b$ – внешнее делительное конусное расстояние конического зубчатого колеса.

Соответственно и его расчетный модуль изменяется по ширине зубчатого венца b от минимального внутреннего m_{ni} на внутреннем делительном конусном расстоянии R_i до максимального внешнего m_{ne} на внешнем делительном конусном расстоянии R_e :

$$m_x = \frac{2(R_i + x) \operatorname{tg} \delta}{z_1}, \quad 0 \leq x \leq b,$$

Диаметр делительной окружности на делительной поверхности тороидного зубчатого колеса по длине дуги рабочего участка его зубчатого венца определяется формулой

$$D_\varphi = D + d \cdot \sin \varphi, \quad 0 \leq \varphi \leq 90^\circ.$$

В диапазоне $0 \leq \varphi \leq 90^\circ$ диаметр делительной окружности изменяется от минимального $D_{\varphi i} = D$ при $\varphi = 0^\circ$ до максимального $D_{\varphi e} = D + d$ при $\varphi = 90^\circ$.

Расчетный модуль тороидного зубчатого колеса

$$m_\varphi = \frac{(D + d \cdot \sin \varphi)}{z_2}$$

изменяется в тех же пределах, что и у конического колеса, от минимального внутреннего m_{ni} при $\varphi = 0$ до максимального внешнего m_{ne} при $\varphi = 90^\circ$, но по синусоидальной зависимости. Анализ уравнения показывает, что при $D = 0$ (что соответствует частному случаю тора – сфере) диапазон изменения m_φ больше по сравнению с тором. Это не рационально, так как с уменьшением модуля уменьшается прочность зубьев на изгиб. По данной причине диаметр тора D не должен быть малым по сравнению с диаметром трубы тора d .

Равенство модулей в полюсе зацепления определяет соотношение между геометрическими параметрами конической и тороидной делительными поверхностями соответственно конического и тороидного колес в виде

$$\frac{2 \operatorname{tg} \delta (R_i + x)}{z_1} = \frac{(D + d \cdot \sin \varphi)}{z_2},$$

т.е. при равномерном повороте тороидного колеса смещение полюса зацепления должно происходить по синусоидальному закону, что может быть обеспечено включением в механизм поворота тороидного колеса синусного механизма.

Для выполнения условия равенства минимальных расчетных модулей при минимальных делительных диаметрах должно выполняться равенство

$$\frac{2R_i \operatorname{tg} \delta}{z_1} = \frac{D}{z_2},$$

или диаметр тора делительной поверхности тороидного зубчатого колеса должен быть равен

$$D = \frac{z_2}{z_1} \cdot 2R_i \operatorname{tg} \delta.$$

Для выполнения условия равенства максимальных расчетных модулей при максимальных делительных диаметрах должно выполняться равенство

$$\frac{2 \cdot (R_i + b) \cdot \operatorname{tg} \delta}{z_1} = \frac{(D + d)}{z_2}$$

С учетом того, что $\frac{2R_i \operatorname{tg} \delta}{z_1} = \frac{D}{z_2}$, для диаметра трубы тора имеем

$$d = \frac{z_2}{z_1} \cdot 2b \operatorname{tg} \delta.$$

В частном случае, при равенстве чисел зубьев $z_1 = z_2$, $D = 2R_i \operatorname{tg} \delta$, $d = 2b \operatorname{tg} \delta$, передаточное число $u = 1$ и такая передача функционально аналогична шарниру равных угловых скоростей, но позволяет взаимное отклонение осей на 90° .

Поверхность выступов тороидного зубчатого колеса в каждом осевом сечении должна отстоять от делительной поверхности на принятую для зубчатых колес эвольвентного профиля величину, равную величине модуля в данной точке $h_a = m_\varphi$, или

$$h_a = \frac{(D + d \cdot \sin \varphi)}{D} m_{ni}.$$

Соответственно поверхность впадин тороидного зубчатого колеса в каждом осевом сечении должна отстоять вовнутрь от делительной поверхности на принятую для зубчатых колес эвольвентного профиля величину $h_f = 1,25 \cdot m_\varphi$, или

$$h_f = 1,25 \frac{(R + r \cdot \sin \varphi)}{R} m_{ni}.$$

Обе поверхности можно рассматривать как образованные участками соответствующих спиралей Архимеда вида

$$\rho = \frac{a}{2\pi} \varphi,$$

где a – шаг спирали.

ОПИСАНИЕ МЕХАНИЗМА ПОВОРОТА ОСЕЙ ЗУБЧАТЫХ КОЛЕС

Зубчатая передача (рис. 2) содержит сопряженные коническое 1 и торoidalное 2 зубчатые колеса. У торoidalного зубчатого колеса, в отличие от глобоидных червяков, материализована внутренняя область тора. Для возможности взаимного поворота осей зубчатых колес опора 4 для вращательного движения конического зубчатого колеса выполнена неподвижной, а опора 5 для вращательного движения торoidalного зубчатого колеса размещена на охватывающем его коленчатом валу 6. Коренные шейки 7 коленчатого вала смонтированы на ползунах 8, неподвижные направляющие 9 которых параллельны касательной 10 к делительному конусу конического зубчатого колеса.

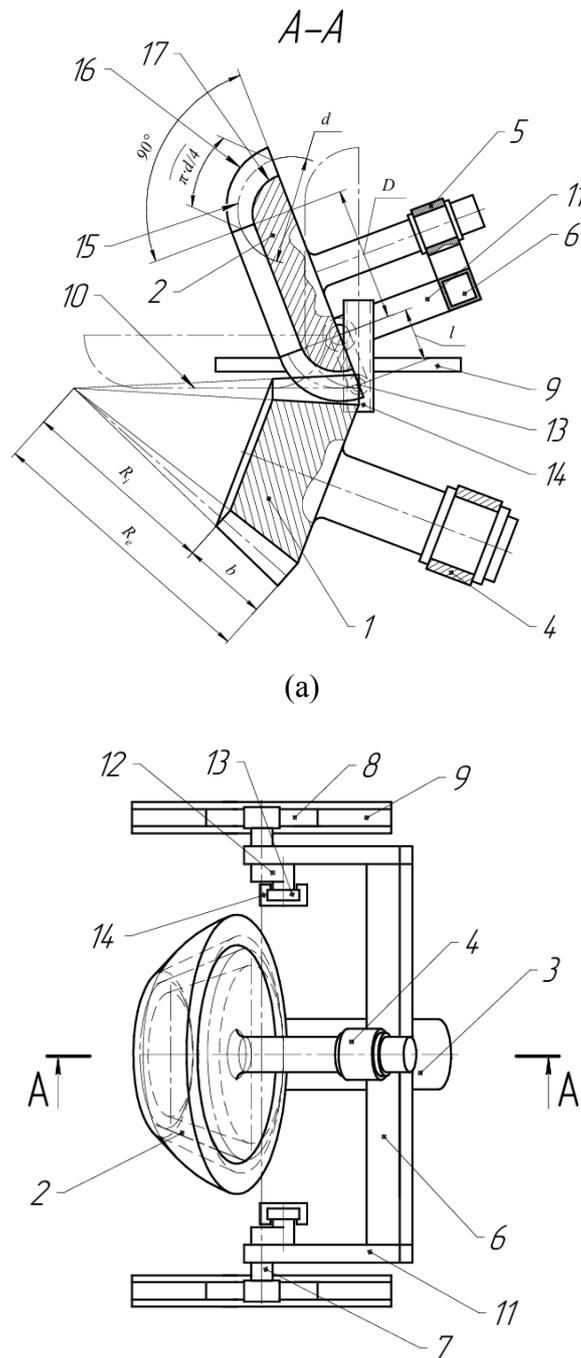


Рис. 3. Схема механизма поворота осей зубчатых колес: фронтальный разрез (а); вид сверху (б)

Также коленчатый вал снабжен двумя синусными механизмами, содержащими смонтированные на внутренних сторонах шек 11 коленчатого вала кривошипами 12, соединенным с ползунами 13, неподвижные направляющие 14 которых расположены перпендикулярно неподвижным направляющим опор коренных шеек коленчатого вала. Длина l кривошипов равна радиусу $r = d / 2$ трубы тора делительной поверхности тороидного зубчатого колеса.

Контакт зубьев тороидного и конического колес происходит в точке касания их делительных поверхностей. Это обуславливает возможность поворота осей зубчатых колес вокруг этой точки, являющейся мгновенным центром вращения, относительно друг друга на угол φ , при соответствующем данному повороту смещении $x = d / 2 \cdot \sin \varphi$ с сохранением сопряжения. Для перекачивания начальных поверхностей в процессе поворота начальная линия 15 на делительной поверхности тороидного зубчатого колеса должна быть окружностью. Равенство расчетных модулей зубьев конического и тороидного колес в каждом положении поворота обеспечивает возможность сохранения зацепления. Для нормальной работы зубчатого зацепления на зубчатом венце поверхности выступов 16 и впадин 17 должны быть отступающими от нее по нормали на высоту головки и ножки зуба, которые пропорциональны модулю зубьев в данной точке, что обеспечивается выполнением соотношений $h_a = m_\varphi$ и $h_f = 1,25 \cdot m_\varphi$.

Расположение опоры для вращательного движения тороидного зубчатого колеса на коленчатом валу, коренные шейки которого смонтированы на ползунах, размещенных в неподвижных направляющих, позволяет обеспечить взаимное смещение колес вдоль образующей конического колеса с сохранением касания делительных поверхностей конического и тороидного зубчатого колес. Синусные механизмы обеспечивают перемещение тороидного зубчатого колеса вдоль образующей конического зубчатого колеса по синусоидальному закону при равномерном повороте тороидного зубчатого колеса. Равенство длины l кривошипа синусного механизма радиусу $d / 2$ трубы тора делительной поверхности тороидного зубчатого колеса обеспечивает равенство расчетных модулей конического и тороидного зубчатых колес в каждом взаимном положении их осей.

Равенство длины l кривошипа радиусу $r = d / 2$ трубы тора делительной поверхности тороидного зубчатого колеса 2 обеспечивает сопряжение делительных поверхностей конического и тороидного колес. При равномерном взаимном повороте тороидного и конического колес и сопровождающем этот поворот перемещении вдоль делительной поверхности конического колеса по синусоидальному закону в каждом взаимном положении выполняется равенство модулей зубьев конического и тороидного колес в точке контакта $m_\varphi = m_x$. Равенство диапазонов изменения модулей обоих зубчатых колес обеспечивается приведенными выше геометрическими соотношениями.

ВЫВОДЫ И ПРЕДЛОЖЕНИЯ

Предлагаемая зубчатая передача проще по сравнению с прототипом за счет замены одного из тороидальных колес на более технологичное и простое коническое без уменьшения функциональных возможностей зубчатой передачи.

Кроме того, в отличие от прототипа описанная зубчатая передача может иметь отличное от 1:1 передаточное число, что расширяет возможности передачи крутящего момента по сравнению, например, с шарнирами равных угловых скоростей.

ЛИТЕРАТУРА

1. Тимофеев Г.А., Мусатов А.К., Попов С.А., Фролов К.В. Теория механизмов и механика машин. М.: МГТУ им. Н.Э. Баумана, 2017. 568 с.
2. *Зубчатый редуктор*: а. с. 1548556 СССР // Тернюк Н.Э., Устиненко А.В., Ковалюх Р.В. Заявл. 31.05.1988. Опубл. 07.03.1990, Бюл. № 9.
3. Abe K., Tadakuma K., Tadakuma R. ABENICS: Active ball joint mechanism with three-DoF based on spherical gear meshings // *IEEE Transactions on Robotics*. 2021. V. 37. № 5. P. 1806–1825.
4. Патент РФ 2 831 817. *Зубчатая передача* / Головнин А.А., Костылев И.Г. Заявл. 15.05.2024. Опубл. 16.12.2024, Бюл. № 35.

Для цитирования: Головнин А.А. Синтез зубчатой передачи с изменяемым углом между осями колес // Вестник Тверского государственного технического университета. Серия «Технические науки». 2025. № 1 (25). С. 5–11.

SYNTHESIS OF A GEAR TRAIN WITH A VARIABLE ANGLE BETWEEN THE AXLES OF THE WHEELS

A.A. GOLOVNIN, Cand. Sc.

Tver State Technical University,
22, Af. Nikitin emb., Tver, 170026, e-mail: golovninAA@rambler.ru

The article is devoted to the synthesis of a gear train with the possibility of changing the angle between the axles of the wheels. A solution is given for a transmission, one of the gears of which is conical, and the second is toroidal, in which the inner region of the torus is materialized. To do this, the support for the rotational movement of the toroidal gear must be placed on the crankshaft covering it, the root necks of which are mounted on sliders with non-movable guides parallel to the tangent to the dividing cone of the conical gear. The crankshaft is also equipped with a sinus mechanism containing a crank mounted on the cheek of the crankshaft connected to a slider, the non-movable guide of which is located perpendicular to the fixed guiding supports of the main necks of the crankshaft.

Keywords: gears, toroidal wheel, rotation of wheel axes.

Поступила в редакцию/received: 30.10.2024; после рецензирования/revised: 07.11.2024;
принята/accepted: 11.11.2024