

**Для цитирования:** Андрианова А.А., Яблонев А.Л. Гидравлическое обоснование параметров инкубационной системы, устанавливаемой на отработанных торфяных месторождениях // Вестник Тверского государственного технического университета. Серия «Технические науки». 2026. № 1 (29). С. 67–77.

## **HYDRAULIC JUSTIFICATION OF THE PARAMETERS OF THE INCUBATION SYSTEM INSTALLED AT ABANDONED PEAT DEPOSITS**

A.A. ANDRIANOVA, Senior Lecturer, A.L. YABLONEV, Dr. Sc.

Tver State Technical University,  
22, Af. Nikitin emb., Tver, 170026, e-mail: lp62007@yandex.ru

Reclamation of depleted peat deposits is an important economic task. Modern reclamation methods generally involve flooding and irrigating the areas. Irrigated areas can be used for the reproduction of valuable fish species using incubation systems designed for use in flowing water. Corrugated PVC pipes are the most suitable for supply pipes. The experimental determination of critical velocities and critical Reynolds numbers, conducted in this study, will enable future hydraulic calculations for incubation systems.

*Keywords:* depleted peat deposit, flooding, stocking, incubation system, corrugated PVC pipe, critical velocity, critical Reynolds number.

Поступила в редакцию/received: 25.11.2025; после рецензирования/revised: 11.12.2025;  
принята/accepted: 12.12.2025

УДК 622.73

DOI: 10.46573/2658-5030-2026-1-77-85

## **МАТЕМАТИЧЕСКАЯ МОДЕЛЬ РАЗГОНА КУСКА ГОРНОЙ ПОРОДЫ В РОТОРЕ ЦЕНТРОБЕЖНОЙ ДРОБИЛКИ С ВЕРТИКАЛЬНОЙ ОСЬЮ ВРАЩЕНИЯ**

А.И. АФАНАСЬЕВ, д-р техн. наук, В.В. ЗУБОВ, канд. техн. наук,  
Д.И. СИМИСИНОВ, д-р техн. наук, В.С. ШЕСТАКОВ, канд. техн. наук

Уральский государственный горный университет,  
620144, Екатеринбург, ул. Куйбышева, 30, e-mail: gmftm@m.ursmu.ru

© Афанасьев А.И., Zubov B.B., Симисинов Д.И., Шестаков В.С., 2026

В работе рассмотрены взаимосвязи между кинематическими параметрами рабочего процесса и энергетическими затратами на разрушение горной породы в роторе центробежной дробилки. Предложена модель движения куска горной породы в горизонтально расположенном роторе, позволяющая рассчитать параметры процесса разгона куска горной породы с учетом ее физико-механических свойств, степени дробления и конструктивных параметров ротора. Установлено, что существенный

вклад в нормальную реакцию лопасти на кусок горной породы оказывает сила Кориолиса. Показано, что увеличение скорости удара куска о броню нецелесообразно осуществлять за счет увеличения угла наклона лопасти к радиусу, так как при этом возрастает нормальная реакция и, соответственно, интенсивность износа.

*Ключевые слова:* горная порода, кинематика частиц, динамика разгона, силы трения и инерции, эффект Кориолиса, удельные энергозатраты.

## ВВЕДЕНИЕ

Актуальность исследования обусловлена значимостью операций дробления и измельчения в процессах переработки минерального сырья. Эти этапы характеризуются высокими энергетическими затратами, что накладывает ограничения на выбор технологии разрушения горных пород. При снижении содержания полезных компонентов в руде объемы перерабатываемой горной массы и, следовательно, энергозатраты на ее разрушение увеличиваются.

Проблемами затрат энергии на дробление горных пород занимались такие выдающиеся ученые, как С.Е. Андреев, Л.И. Барон, Ф.С. Бонд, В.П. Горячкин, Ф. Кик, В.Л. Кирпичев, В.Р. Кубачек, Л.Б. Левенсон, А.И. Матвеев, В.И. Ревнивцев, П.Р. Риттенгер, В.В. Ржевский, П.М. Сиденко, В.А. Чантурия [1–4] и др. Исследования показали, что при измельчении материалов энергия расходуется на образование новой поверхности, теплоту деформации материала без его разрушения, а также на трение материала о рабочие органы машины. Существующие теории дробления не всегда точно учитывают эти энергозатраты, что затрудняет разработку универсальных формул для расчета энергопотребления.

В 60-х годах XX века в ИГД им. А.А. Скочинского под руководством Л.И. Барона было проведено масштабное изучение процесса разрушения методом свободного удара горных пород, используемых для производства гравия [1]. Этот метод более эффективен, чем раздавливание, благодаря существенно меньшей энергоемкости. Барон и его коллеги предложили формулы для расчета энергии разрушения, учитывающие показатели механических свойств горных пород – прочность на сжатие и растяжение, которые определяют величину дробимости.

Исследования П.М. Сиденко [2] показали, что сложность задачи не позволяет разработать универсальную формулу для расчета энергозатрат на измельчение. Каждая частица разрушается на фрагменты различного размера, и количество таких фрагментов варьируется при многостадийном дроблении на каждой стадии процесса. Это нарушает принцип «ничего лишнего не измельчать» и требует учета фактических значений предела прочности и модуля упругости горной породы конкретного месторождения.

Процесс разрушения свободным ударом реализуется в центробежных дробилках и дезинтеграторах, широко применяемых в горнодобывающей промышленности [5–8]. Общим для всех этих устройств является структура рабочего процесса, который начинается с разгона кусков горной породы в роторе. Затраты энергии включают сообщение массиву кинетической энергии, а также трение, обусловленное силой тяжести и эффектом Кориолиса. Эти факторы существенно влияют на степень дробления и эффективность работы машины. Кроме того, трение кусков приводит к повышенному износу лопастей ротора. Сила Кориолиса, абразивная стойкость материала, конструктивное исполнение лопастей, а также расположение их на роторе

определяют интенсивность износа. В результате наших исследований установлено, что периферийные части лопастей изнашиваются значительно быстрее, чем центральные. Оценку количественных параметров процесса износа можно производить по величине силы прижатия куска горной породы к лопасти.

Таким образом, выявление взаимосвязи между кинематическими параметрами рабочего процесса и энергетическими затратами можно считать актуальной задачей, требующей глубокого анализа и систематизации данных.

## **АНАЛИЗ РЕЗУЛЬТАТОВ ИССЛЕДОВАНИЙ И ИХ ИНТЕРПРЕТАЦИЯ**

В работе [10] рассмотрен процесс разгона куска горной породы по лопасти центробежной дробилки, расположенной по радиусу, и определены затраты энергии. В рамках данной работы мы рассмотрим общие затраты энергии и потери на трение, а также определим коэффициент полезного действия (КПД) разгона горной массы в центробежной дробилке, лопасти которой расположены под углом к радиусу. Эта тема также была предметом исследований А.А. Гарабажиу [10–12]. Однако при составлении уравнений движения куска в его работе получено неадекватное решение.

На с. 127 [11] приведены уравнения (3) и (4) для определения радиальной и тангенциальной скорости соответственно. На с. 128 [11] представлен рис. 3, иллюстрирующий зависимость тангенциальной, радиальной и абсолютной скоростей движения материала в межлопастном пространстве смесителя от текущего радиуса лопасти. Значение радиальной скорости материала, равное 45 м/с в начале лопаток, не обосновано автором. Материал попадает на ротор с нулевой радиальной скоростью и затем движется по горизонтальной поверхности ротора до лопаток по спиральной траектории под действием центробежной силы и силы трения.

Для определения радиальной скорости материала в начале лопаток необходимо решить уравнение (3) работы [11], что автор делает приближенным способом с использованием ЭВМ. Мы предлагаем альтернативное решение этой задачи.

### **Разгон куска горной породы в роторе с вертикальной осью вращения**

Рассмотрим движение **куска горной породы** в горизонтально расположенном роторе с вертикальной осью вращения. На рис. 1 представлена схема сил, действующих на кусок горной породы, который опирается на лопасть и диск. Как показали наши исследования [10], радиальной скоростью кусков горной породы находящихся в начале лопастей можно пренебречь.

При выводе формул принимаются следующие допущения:

- 1) контактная плоскость лопасти расположена под углом  $\alpha$  к радиусу;
- 2) сопротивление радиальному перемещению куска включает силу трения о стойку, зависящую от величины ускорения Кориолиса, и силу трения о диск, зависящую от силы тяжести;
- 3) вхождение лопасти в контакт с куском не приводит к его разрушению;
- 4) начальная радиальная скорость куска равна нулю.

Одновременно с окружной скоростью кусок горной породы под действием центробежной силы приобретает радиальную скорость. Будем считать, что он имеет шаровидную форму с эквивалентным диаметром  $d$ .

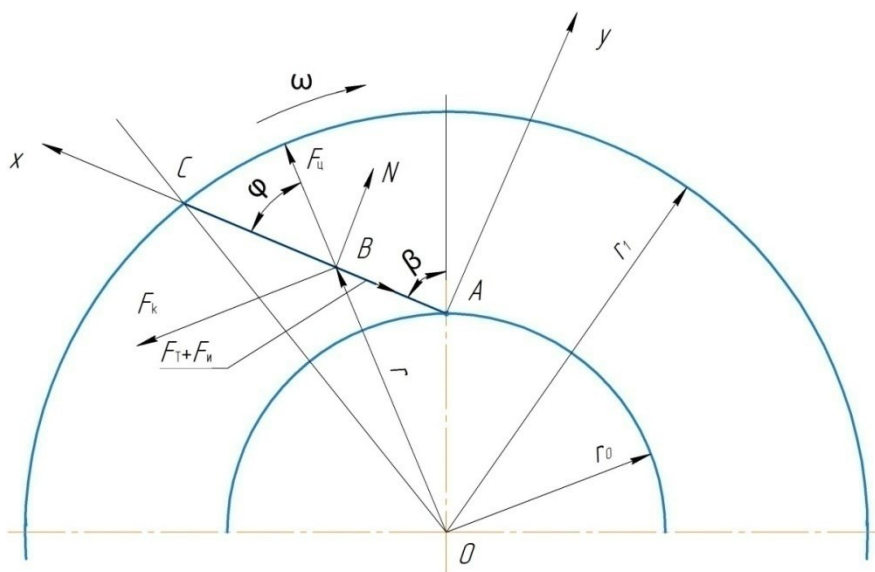


Рис. 1. Схема сил, действующих на лопасть (AC) и кусок горной породы (B)

На рис. 1 обозначены следующие силы (сила тяжести, перпендикулярная плоскости чертежа и трения, не указана):

$F_1$  – движущая сила:

$$F_1 = F_{ц} \cdot \cos\varphi + F_{к} \cdot \sin\varphi = m \cdot r \cdot \omega^2 \cdot \cos\varphi + 2r' \omega \cdot m \cdot \sin\varphi, \quad (1)$$

где  $F_{ц}$  и  $F_{к}$  – центробежная сила и сила Кориолиса соответственно;  $m$  – масса частицы, кг;  $r$  – текущий радиус центра тяжести частицы (OB), м;  $\omega$  – угловая скорость вращения ротора, рад/с;  $\varphi$  – угол между направлением центробежной силы и лопастью;

$F_{и}$  – сила инерции:

$$F_{и} = m \cdot x'', \quad (2)$$

где  $x''$  – ускорение центра тяжести частицы по оси  $x$ , м/с<sup>2</sup>;

$F_{1т}$  – сила трения куска о стойку, обусловленная силой Кориолиса:

$$F_{1т} = 2 \cdot m \cdot r' \omega \cdot f \cdot \cos\varphi, \quad (3)$$

где  $r'$  – радиальная скорость движения центра тяжести частицы, м/с;  $f$  – коэффициент трения частицы горной породы о лопасть;

$F_{2т}$  – сила трения куска о диск ротора обусловленная силой тяжести:

$$F_{2т} = m \cdot g \cdot f, \quad (4)$$

где  $g$  – ускорение свободного падения частицы, м/с<sup>2</sup>.

Уравнение движения куска горной породы записывается в виде

$$F_{и} = F_1 - F_{1т} - F_{2т}. \quad (5)$$

После подстановки уравнений (1)–(4) в (5) и преобразований получим:

$$x'' = 2r' \omega \cdot \sin \varphi + r \cdot \omega^2 \cdot \cos \varphi - (2r' \omega \cdot \cos \varphi + r \cdot \omega^2 \cdot \sin \varphi) f - gf. \quad (6)$$

Точного решения уравнение (6) не имеет, так как в него входит коэффициент трения, имеющий случайный характер, а также нелинейная зависимость перемещения куска по лопасти от радиуса.

Текущий радиус определяется величиной угла  $\varphi$  и перемещения  $x$

$$r = (x^2 + r_0^2 - 2xr_0 \cos(BAO))^{0,5}, \quad (7)$$

где  $r_0$  – минимальный радиус вращения лопасти.

Угол между направлением центробежной силы и текущим радиусом ( $\varphi$ ) находится согласно рис. 1 из формулы

$$\varphi = \arccos((x^2 - r_1^2 + r^2)/(2 \cdot x \cdot r)). \quad (8)$$

Сила давления куска горной породы на лопасть зависит от его размеров и плотности, которые являются случайными величинами, и согласно рис. 1 находится из формулы

$$N = 2m \cdot r' \omega \cdot \cos \varphi + m \cdot r \cdot \omega^2 \cdot \sin \varphi. \quad (9)$$

Решение уравнений (6) и (9) было произведено приближенным способом методом Эйлера.

#### **Исходные данные для расчета центробежной дробилки**

Определяются физико-механические и геометрические параметры разрушаемых кусков горной породы [14, 15].

**1. Плотность.** Плотность  $\rho$  является случайной величиной и для испытанных нами горных пород распределена по нормальному закону

$$\rho = 0,5(\rho_{\max} + \rho_{\min}) + (\sum_1^6 \text{Rnd} - 3)\sqrt{2} \cdot (\rho_{\max} - \rho_{\min}) / 6, \quad (10)$$

где  $\rho_{\max}$ ,  $\rho_{\min}$  – соответственно максимальная и минимальная плотность куска горной породы; Rnd – случайное число, равномерно распределенное в интервале 0...1.

**2. Коэффициент трения.** Коэффициент трения куска ( $f$ ) о разгонную лопасть является случайной величиной, которая, как установлено нами для испытанных горных пород, распределена по равномерному закону

$$f = f_{\min} + (f_{\max} - f_{\min}) \text{ Rnd}, \quad (11)$$

где  $f_{\max}$ ,  $f_{\min}$  – соответственно максимальный и минимальный коэффициент трения куска горной породы о разгонную плоскость.

**3. Коэффициент крепости** ( $f_n \approx \sigma_{сж} / 100$ ). Коэффициент крепости по Протодяконову связан с дробимостью [4].

**4. Размеры (эквивалентный диаметр) кусков.** Эквивалентный диаметр кусков  $d$  является случайной величиной и, в частности, для медно-цинковой руды, а также других горных пород распределен по закону Вейбулла

$$d = d_{\min} + \{d_{\max} - d_{\min}[-a \cdot \ln(1 - \text{Rnd})]^{1/b}\} / 3, \quad (12)$$

где  $a$  и  $b$  – параметры распределения Вейбулла;  $d_{\max}$ ,  $d_{\min}$  – соответственно максимальный и минимальный эквивалентный диаметр куска горной породы.

Производительность и степень дробления центробежной дробилки являются параметрами, определяющими остальные характеристики машины. Исследования, проведенные в Белорусском национальном техническом университете [15], позволили выявить взаимосвязь окружной скорости, мощности двигателя и производительности центробежной дробилки, используя закон сохранения энергии. Однако в предлагаемой формуле не вполне корректно, без учета физико-механических свойств горной породы, степени дробления и конструктивных параметров ротора, применяется коэффициент, учитывающий увеличение скорости вылета куска по сравнению с окружной скоростью ротора. Кроме того, в данной формуле скорость куска может возводиться в степень более двух, тогда она теряет физический смысл.

В табл. 1–3 приведен пример расчета параметров процесса разгона куска горной породы по лопасти, наклоненной к радиусу ротора под углом  $10,4^\circ$  по методике, предложенной А.И. Афанасьевым и соавторами.

Таблица 1. Исходные данные к расчету параметров рабочего процесса центробежной дробилки

Параметр	Обозначение	Величина
Максимальный коэффициент трения	$F_{\text{тр. max}}$	0,32
Минимальный коэффициент трения	$F_{\text{тр. min}}$	0,3
Угловая скорость вращения ротора, рад/с	$\omega$	300
Минимальный радиус лопасти, мм	$R_{\text{л. min}}$	100
Максимальный радиус лопасти, мм	$R_{\text{л. max}}$	250
Минимальный диаметр куска, мм	$d_{\text{к. min}}$	50
Максимальный диаметр куска, мм	$d_{\text{к. max}}$	52
Длина лопасти, мм	$L$	151
Плотность куска горной породы, кг/м <sup>3</sup>	$\rho$	1 800

Таблица 2. Управление режимами работы программы

Параметр	Обозначение	Величина
Шаг расчета при численном интегрировании по углу вала, град	df	1
Шаг по углу вала вывода результатов в таблицу, град	df_печ	50

Таблица 3. Результаты расчетов

Параметр	Обозначение	Величина
Коэффициент трения	$F_{\text{тр}}$	0,30
Диаметр куска, мм	$d_k$	52,0
Масса куска, кг	$m_k$	0,13
Угол CAO, град (см. рис. 1)	$\angle CAO$	169,5
Угол между лопастью и вертикалью, град	$\beta$	10,452
Угол между лопастью и горизонталью, град	$\delta$	79,5
Нормальная реакция плоскости на кусок горной породы, Н	$N$	5 351
КПД	$\eta$	0,84
Работа силы трения куска о лопасть, Дж	$A_{\text{тр}}$	133,5

На рис. 2 приведены зависимости центробежной силы и силы Кориолиса от времени при движении куска горной породы по лопасти.

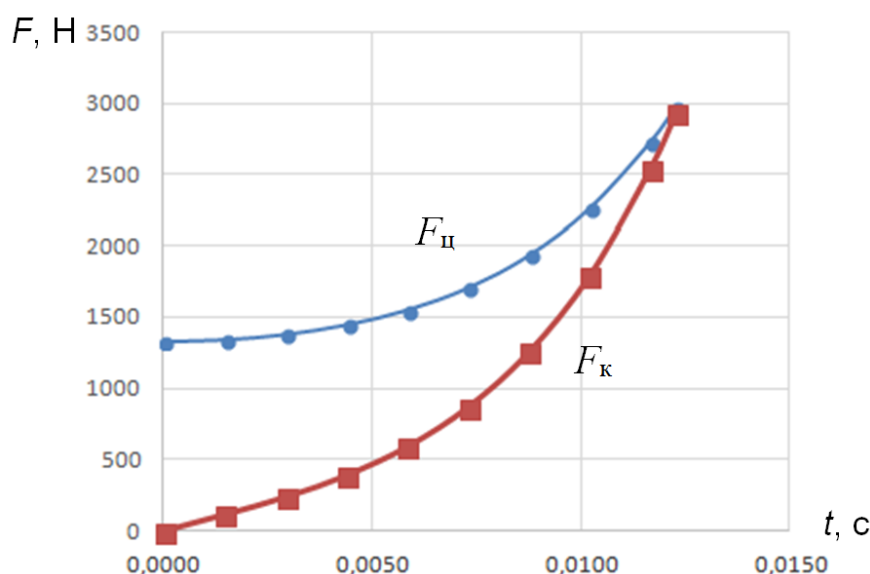


Рис. 2. Зависимость центробежной силы  $F_{\text{ц}}$  и силы Кориолиса  $F_{\text{к}}$  от времени при движении куска горной породы по лопасти

Графики показывают, что существенный вклад в нормальную реакцию лопасти на кусок горной породы вносит сила Кориолиса.

В табл. 4 приведены результаты расчета параметров процесса разгона куска по лопасти, наклоненной к радиусу ротора, при скорости вращения ротора  $\omega = 300$  рад/с. В шестой строке табл. 4 приведены результаты расчета параметров при  $\omega = 350$  рад/с, а в седьмой – при  $\omega = 370$  рад/с.

Таблица 4. Параметры процесса разгона куска по лопасти, наклоненной к радиусу ротора

Угол наклона лопасти к радиусу, град	Скорость удара, м/с	Нормальная составляющая реакции, Н	Работа трения куска о лопасть, Дж	КПД, %
10,4	83	3 100	76,4	86
23,3	86	3 840	110	82
32,8	89	4 350	112	82
40,0	92	4 850	154	78
46	93	5 100	160	80
51,3	96	5 520	176	78
10,4*	98	4 310	105	86
10,4**	120	4 750	103	86

Примечания: 1. \* Угловая скорость вращения ротора  $\omega = 350$  рад/с.

2. \*\* Угловая скорость вращения ротора  $\omega = 370$  рад/с.

### ВЫВОДЫ

Графики, представленные на рис. 2, а также параметры процесса разгона куска в роторе, приведенные в табл. 4, показывают, что с увеличением угла наклона лопасти к радиусу от 10 до 52°:

- 1) скорость удара возрастает на 15,6 %;
- 2) нормальная реакция повышается на 78 %;
- 3) работа трения увеличивается в 1,3 раза;
- 4) КПД снижается на 8 %.

На основании приведенных данных можно утверждать, что увеличение скорости удара куска о броню нецелесообразно осуществлять за счет увеличения угла наклона лопасти к радиусу, так как при этом возрастает нормальная реакция и, соответственно, интенсивность износа.

### ЛИТЕРАТУРА

1. Горячкин В.П. Собрание сочинений: в 3 т. М.: Колос, 1968. Т. 1. 720 с.
2. Сиденко П.М. Измельчение в химической промышленности. М.: Химия, 1977. 368 с.
3. Барон Л.И., Хмельковский И.Е. Разрушаемость горных пород свободным ударом. М.: Наука, 1971. 203 с.
4. Андреев С.Е., Перов В.А., Зверевич В.В. Дробление, измельчение и грохочение полезных ископаемых. М.: Недра, 1980. 415 с.
5. Патент РФ 2154532. *Дезинтегратор* // Калашников Ю.Д., Макаров В.В., Макаров Е.В. Заявл. 26.04.1999. Оpubл. 20.08.2000, Бюл. № 23.
6. Патент РФ 2150323. *Центробежный измельчитель встречного удара* // Матвеев А.И., Григорьев А.Н., Филиппов В.Е. Заявл. 28.10.1997. Оpubл. 10.06.2000.
7. Патент РФ 2628798. *Дезинтегратор* // Семикопенко И.А., Юрченко А.С., Пугин А.И. Беляев Д.А. Заявл. 22.12.2016. Оpubл. 22.08.2017, Бюл. 24.
8. Ahmadi R., Shahsavari S. Procedure for Determination of Ball Bond Work Index in the Commercial Operations // *Minerals Engineering*. 2009. V. 22. № 1. P. 104–106.
9. Афанасьев А.И., Зубов В.В., Симисинов Д.И., Чиркова А.А. Математическая модель движения кусков горной породы в роторе центробежной дробилки // *Горный журнал*. 2025. № 4. С. 59–64.



10. Гарабажиу А.А. Математическое моделирование процессов измельчения и классификации сыпучих материалов в роторно-центробежной мельнице // *Химическая промышленность*. 2003. № 6. С. 15–30.
11. Гарабажиу А.А. Математическое моделирование процесса перемешивания сухих сыпучих материалов в энергосберегающем роторно-центробежном смесителе // *Вестник Полоцкого государственного университета. Серия В. Промышленность. Прикладные науки*. 2013. № 3. С. 126–134.
12. Гарабажиу А.А. Разработка новой энергосберегающей конструкции роторно-центробежного смесителя для перемешивания сухих сыпучих материалов // *Вестник Полоцкого государственного университета. Серия В. Промышленность. Прикладные науки*. 2010. № 8. С. 60–70.
13. Кубачек В.Р., Сантов В.И., Паладеева Н.И. Критерии ударного разрушения горных пород // *Известия вузов. Горный журнал*. 1985. № 8. С. 75–78.
14. Кубачек В.Р., Сантов В.И., Паладеева Н.И. Параметры разрушения горных пород свободным ударом // *Строительные и дорожные машины*. 1985. № 6. С. 17–18.
15. Богданов В.С., Семикопенко И.А., Беляев Д.А., Вавилов Д.В. Определение мощности, потребляемой центробежным дисковым измельчителем // *Цемент и его применение*. 2023. № 4. С. 54–55.

**Для цитирования:** Афанасьев А.И., Зубов В.В., Симисинов Д.И., Шестаков В.С. Математическая модель разгона куска горной породы в роторе центробежной дробилки с вертикальной осью вращения // *Вестник Тверского государственного технического университета. Серия «Технические науки»*. 2026. № 1 (29). С. 77–85.

#### **MATHEMATICAL MODEL OF ACCELERATION OF A PIECE OF ROCK IN THE ROTOR OF A CENTRIFUGAL CRUSHER WITH A VERTICAL AXIS OF ROTATION**

AFANASYEV A.I., Dr Sc., ZUBOV V.V., Cand. Sc.,  
SIMISINOV D.I., Dr Sc., SHESTAKOV V.S., Cand. Sc.

Ural State Mining University,  
30, Kuibysheva St., 620144, Ekaterinburg, e-mail: gmfm@m.ursmu.ru

The paper considers the relationship between the kinematic parameters of the working process and the energy costs of rock destruction in the rotor of a centrifugal crusher. A model of the movement of a piece of rock in a horizontally positioned rotor is proposed. The model allows us to calculate the parameters of the acceleration process of a piece of rock, taking into account the physical and mechanical properties of the rock, the degree of crushing and the design parameters of the rotor. It has been established that the Coriolis force makes a significant contribution to the normal reaction of the blade to a piece of rock. It is shown that it is not advisable to increase the impact velocity of a piece of armor by increasing the angle of inclination of the blade to the radius, since this increases the normal reaction and, consequently, the wear rate.

**Keywords:** rock, particle kinematics, acceleration dynamics, friction and inertia forces, Coriolis Effect, specific energy consumption.

Поступила в редакцию/received: 08.12.2025; после рецензирования/revised: 11.12.2025;  
принята/accepted: 12.12.2025