

## Н.Б. ДЕМКИН И ЕГО ВКЛАД В РАЗВИТИЕ ТРИБОЛОГИИ

В.В. ИЗМАЙЛОВ, д-р техн. наук

Тверской государственной технической университет,  
170026, Тверь, наб. Аф. Никитина, 22, e-mail: iz2v2@mail.ru

© Измайлов В.В., 2026

Рассмотрена модель дискретного контакта технических поверхностей, разработанная Николаем Борисовичем Демкиным в соавторстве с его научным руководителем Игорем Викторовичем Крагельским, которая внесла существенный вклад в развитие трибологии. Благодаря своей гибкости и относительной простоте модель получила широкое распространение при теоретическом описании различных процессов контактного взаимодействия – трения, изнашивания, контактной проводимости, контактной жесткости, герметичности стыков. Сформулированы исходные предпосылки модели и показаны возможности ее применения к расчету основных эксплуатационных характеристик контактных соединений – фактической площади контакта и контактной деформации. Приведены примеры успешного развития модели с учетом новых возможностей технических средств исследования поверхностей – применительно к расчету характеристик контакта с учетом адгезионного взаимодействия, с учетом влияния шероховатости и др.

*Ключевые слова:* технические поверхности, дискретный контакт, площадь контакта, контактная деформация, теоретическая модель.

### ВВЕДЕНИЕ

Девятого апреля 2026 г. исполняется 100 лет со дня рождения Николая Борисовича Демкина – основателя Тверской научной школы по механике и физике фрикционного контакта, признанного авторитета в области науки о контактном взаимодействии, трении и изнашивании.

В трибологию Н.Б. Демкин пришел в середине 1950-х гг. благодаря счастливому стечению обстоятельств. По воспоминаниям самого Николая Борисовича, это случилось в Рязани во время визита в институт, где он преподавал физику, Игоря Викторовича Крагельского – одного из признанных авторитетов в области науки о трении и изнашивании (термин «трибология» появится только спустя десять лет). Пообщавшись с Николаем Борисовичем, И.В. Крагельский предложил ему поступить в аспирантуру Института машиноведения АН СССР, что Николай Борисович и сделал в 1956 г. Его научным руководителем стал И.В. Крагельский, который, как вспоминал Николай Борисович, предлагал аспирантам самостоятельно выбрать тему исследований. Такой темой стала фактическая площадь контакта шероховатых поверхностей деталей машин и связанные с ней характеристики. На эту тему Николай Борисович успешно защитил кандидатскую диссертацию, выполнив оригинальные комплексные теоретические и экспериментальные исследования фактической площади контакта и контактной дефор-

мации шероховатых поверхностей. По сути, им была разработана теоретическая модель дискретного контакта технических поверхностей, которую можно без преувеличения считать пионерской. Хотя методики расчета отдельных характеристик контакта и ранее предлагались в работах отечественных и зарубежных ученых, столь глубокое комплексное теоретико-экспериментальное исследование было выполнено впервые.

По материалам кандидатской диссертации Н.Б. Демкиным в 1962 г. в издательстве Академии наук СССР была опубликована монография [1], в которой, помимо теоретических зависимостей для расчета характеристик дискретного контакта, содержится уникальный экспериментальный материал по измерению фактической площади контакта и его деформации под нагрузкой в зависимости от параметров шероховатости контактирующих поверхностей и механических свойств материалов контактирующих деталей.

Основные положения разработанной Николаем Борисовичем модели дискретного контакта были опубликованы также в совместной с И.В. Крагельским публикации (1960) в авторитетном международном журнале “Wear” [2]. Суть их изложена в аннотации к статье (в русском переводе): «Авторы используют три области контакта: кажущуюся, контурную и реальную. Единичный выступ моделируется как конус со сферической вершиной, деформированной упруго и пластически. Площадь контакта увеличивается главным образом за счет увеличения числа контактирующих выступов. Они расположены на сферических и цилиндрических волнах, которые деформированы упруго. На основе этой модели выведена формула для расчета реальной площади контакта как функции нагрузки, геометрии поверхности и свойств материала».

Введение понятия контурной площади контакта, образованной площадками контакта единичных волн на поверхности, – отличительная особенность модели контакта Крагельского – Демкина, позволившая повысить точность расчетов характеристик контакта.

В зарубежных публикациях обычно в качестве пионерской указывается модель дискретного контакта шероховатых поверхностей Дж. Гринвуда и Дж. Вильямсона [3], по концепции аналогичная модели Крагельского – Демкина, хотя она опубликована через 4 года после монографии Н.Б. Демкина и через 6 лет после основополагающей статьи И.В. Крагельского и Н.Б. Демкина в журнале “Wear”.

По окончании аспирантуры Николай Борисович выбрал в качестве будущего места работы Калининский торфяной институт, ныне Тверской государственный технический университет (ТвГТУ). В 1962 г. он стал преподавателем кафедры физики Калининского торфяного института, а в 1965 – заведующим этой кафедрой.

Возглавив кафедру физики, Николай Борисович не только активно продолжил научные исследования в области трибологии, но и вовлек в них заинтересованных преподавателей, а также аспирантов и студентов, что в итоге привело к формированию в ТвГТУ научного направления «Механика и физика фрикционного контакта».

В 1969 г. Николай Борисович защитил докторскую диссертацию «Экспериментальное и теоретическое исследование контактирования шероховатых поверхностей применительно к проблемам внешнего трения», материалы которой вошли в монографию, изданную в 1970 г. издательством «Наука» [4]. В монографии изложена теоретическая модель дискретного контакта технических поверхностей, позволяющая рассчитать все его основные характеристики, а также описаны оригинальные методики и аппаратура для их экспериментального определения.

К концу 70-х – началу 80-х гг. XX в. в ТвГТУ (тогда Калининском политехническом институте) окончательно сформировалась научная школа Н.Б. Демкина в области механики и физики контактного взаимодействия, трения и изнашивания техни-

ческих поверхностей. Николай Борисович и его ученики продолжали развивать и совершенствовать модель дискретного контакта, но наряду с этим в рамках научной школы сформировались самостоятельные направления исследований: фрикционное взаимодействие дисперсных материалов (И.И. Беркович); контактное взаимодействие, трение и изнашивание электроконтактных соединений (М.А. Коротков, В.В. Измайлов), триботехника магнитопассивных и магнито-жидкостных узлов трения (А.Н. Болотов). По результатам этих исследований защищено пять докторских и более тридцати кандидатских диссертаций.

## 1. МОДЕЛЬ ДИСКРЕТНОГО КОНТАКТА ТЕХНИЧЕСКИХ ПОВЕРХНОСТЕЙ КРАГЕЛЬСКОГО – ДЕМКИНА

### 1.1. Опорная кривая и другие функции распределения

Модель Крагельского – Демкина базируется на аналитическом описании начального участка так называемой относительной опорной кривой профиля шероховатой поверхности (ГОСТ 25142-82), известной в трибологии также как кривая Эббота – Файрстоуна (в ГОСТ Р ИСО 4287-2014 эта характеристика фигурирует под названием «кривая коэффициента смятия профиля»).

Примеры типичных кривых опорных поверхностей приведены на рис. 1 в безразмерных координатах  $\varepsilon = f(t_p)$ , где  $\varepsilon = p/R_p$ ;  $t_p = \frac{\sum_{i=1}^m b_i}{l}$ ;  $p$  – уровень сечения профиля (расстояние между линией выступов профиля и линией, пересекающей профиль эквидистантно линии выступов профиля);  $R_p$  – максимальная высота пика (выступа) профиля;  $\sum_{i=1}^m b_i$  – опорная длина профиля (сумма длин отрезков  $b_i$ , отсекаемых на заданном уровне  $p$  в материале профиля линией, эквидистантной средней линии). Согласно ГОСТ 25142-82, опорная кривая строится в пределах базовой длины  $l_r$ , т.е.  $l = l_r$ , тогда как по ГОСТ Р ИСО 4287-2014  $l = l_n$ , где  $l_n$  – длина оценки.

Как параметр структуры поверхности опорная кривая характеризует распределение материала по высоте шероховатого слоя и может интерпретироваться как интегральная функция распределения ординат профиля на базовой длине или длине оценивания.

Н.Б. Демкин предложил аппроксимировать начальный участок опорной кривой степенной функцией [1, 4]. В современном варианте эта аппроксимация имеет вид [5, 6]:

$$t_p = t_m \varepsilon^{\nu}, \quad (1)$$

где  $t_m$  – относительная опорная длина профиля на уровне средней линии;  $\nu$  – показатель степени, вычисляемый по формуле

$$\nu = 2t_m \frac{R_p}{R_a} - 1,$$

где  $R_a$  – арифметическое среднее отклонение оцениваемого профиля.

На рис. 1 пунктиром показана степенная аппроксимация начального участка опорной кривой в соответствии с уравнением (1). Очевидно, что формула (1) хорошо описывает начальные участки опорных кривых (фактически до уровня средней линии). Этого вполне достаточно, так как при контактировании шероховатых поверхностей взаимодействуют лишь вершины наиболее высоких выступов, соответствующие начальному участку опорной кривой. Деформация шероховатого слоя на величину  $p > R_p$  невозможна в принципе.

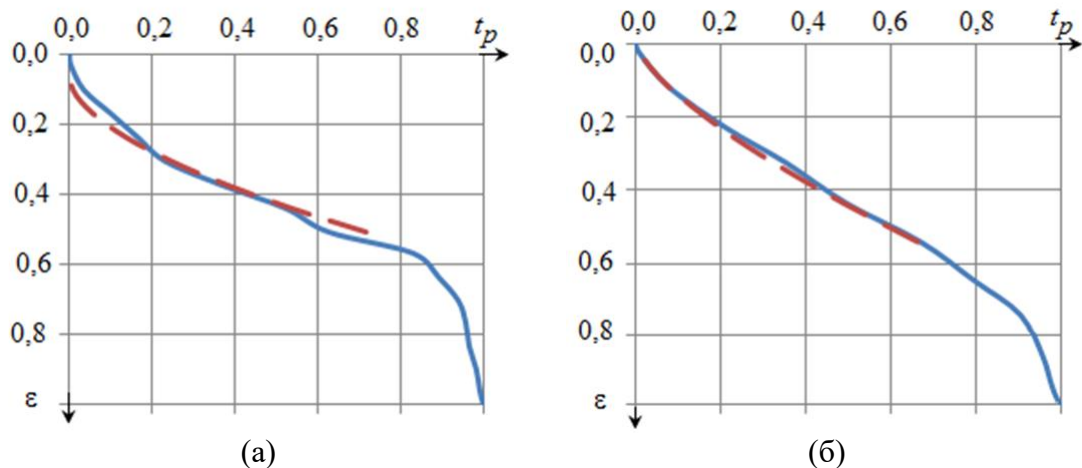


Рис. 1. Опорные кривые профиля шероховатых поверхностей:  $v = 1,7$ ;  $t_m = 0,49$  (а);  $v = 1,4$ ;  $t_m = 0,50$  (б). Сплошные линии – эксперимент; пунктир – степенная аппроксимация

Одним из достоинств опорной кривой как характеристики рельефа поверхности является то обстоятельство, что относительная опорная длина профиля  $t_p$  равна относительной площади сечения материала (опорной площади)  $A_p$  на данном уровне  $p$ , т.е.

$$t_p = \frac{\sum_{i=1}^m b_i}{l_n} = \frac{A_p}{A_n} = \frac{\sum_{i=1}^n \Delta A_{pi}}{A_n},$$

где  $\Delta A_{pi}$  – площадь сечения  $i$ -го выступа на уровне  $p$ ;  $A_n$  – площадь рассматриваемого участка поверхности. Иными словами, опорные кривые профиля и поверхности должны совпадать [5], что подтверждает рис. 2, на котором приведены для сравнения экспериментальные опорные кривые поверхности и ее профиля для тех же деталей, что и на рис. 1.

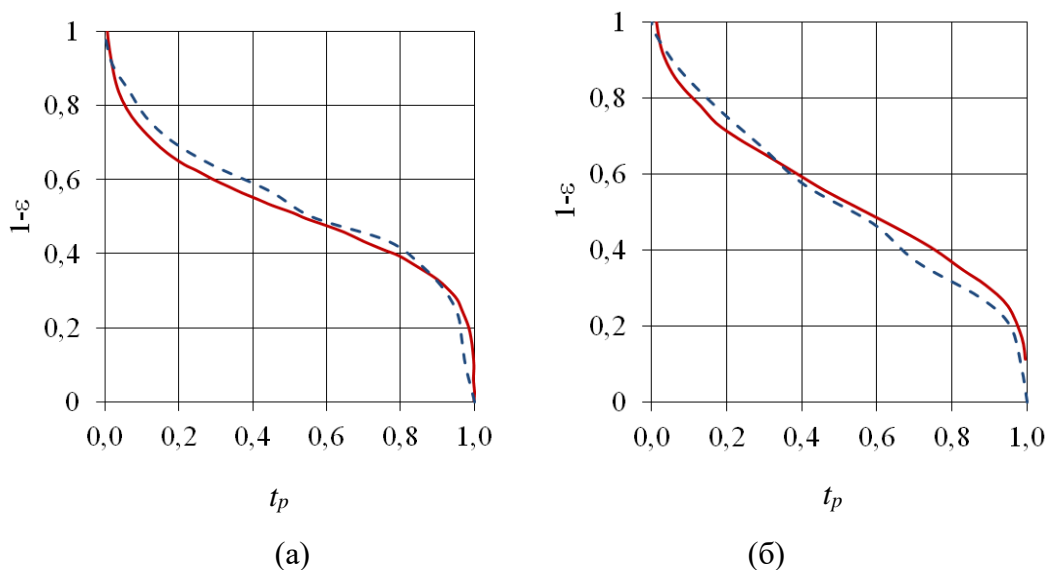


Рис. 2. Опорные кривые для шероховатых поверхностей и их профилей:  $v = 1,7$ ;  $t_m = 0,49$  (а);  $v = 1,4$ ;  $t_m = 0,50$  (б). Сплошная линия – поверхность; пунктир – профиль

Кроме функции распределения материала по высоте шероховатого слоя (опорная кривая), в модели Крагельского – Демкина используются еще две функции:

1. Функция распределения материала по высоте единичного выступа (функция формы выступа):

$$\Delta A_p = \psi(\delta), \quad (2)$$

где  $\Delta A_p$  – площадь сечения единичного выступа плоскостью, параллельной средней и находящейся от вершины выступа на расстоянии  $\delta$ . При контактировании шероховатой поверхности с гладкой плоскостью величина  $\delta$  равна деформации выступа. Для сферического выступа  $\Delta A_{pi} \approx \alpha 2\pi r \delta_i$ , где  $\alpha$  – коэффициент упругой осадки выступов;  $r$  – средний радиус кривизны вершин выступов. Для упругого контакта  $\alpha = 1/2$ , для пластического  $\alpha = 1$ , для упругопластического  $1/2 < \alpha < 1$ . Аналогично  $\Delta A_{mi} \approx \alpha 2\pi r Z_i$ , где  $\Delta A_{mi}$  – площадь сечения выступа на уровне средней плоскости;  $Z_i$  – высота выступа.

2. Функция распределения вершин выступов по высоте шероховатого слоя

$$\varphi(y) = \frac{dn_r}{n_m dy}, \quad (3)$$

где безразмерная координата  $y = Y/R_p$ ;  $Y$  – координата, отсчитанная от линии выступов,  $n_r$  и  $n_m$  – число контактирующих выступов и число выступов выше средней плоскости соответственно.

В качестве функции  $\varphi(y)$  принята простейшая степенная функция  $\varphi(y) = Cy^\gamma$ . Из условия нормировки  $\int_0^1 \varphi(y) dy = C \int_0^1 y^\gamma dy = 1$  следует, что  $C = \gamma + 1$ . В модели Н.Б. Демкина  $\gamma = \nu - 2$ , где  $\nu$  – показатель степени в уравнении (1) опорной кривой. Окончательно  $\varphi(y) = (\nu - 1)y^{\nu-2}$ .

Из трех функций распределения независимы только две, третья может быть выражена через две заданные. Например, выразим относительную фактическую площадь контакта через функцию формы выступа (см. формулу (2)) и функцию распределения выступов по высоте (см. формулу (3)). Очевидно, что

$$A_p = \int_{n_r} \Delta A_p dn_r.$$

Из уравнения (2) получаем  $\Delta A_p = 2\pi r \delta = 2\pi r(p - Y) = 2\pi r R_p(\varepsilon - y)$ , где  $\varepsilon = p/R_p$ . Выразив из формулы (3) величину  $dn_r = n_m(\nu - 1)y^{\nu-2} dy$ , получим уравнение

$$A_p = 2\pi r R_p n_m (\nu - 1) \int_0^\varepsilon (\varepsilon - y) y^{\nu-2} dy$$

и приведем его к виду

$$A_p = 2\pi r R_p n_m (\nu - 1) \varepsilon^\nu \int_0^1 \left(1 - \frac{y}{\varepsilon}\right) \left(\frac{y}{\varepsilon}\right)^{\nu-2} d\left(\frac{y}{\varepsilon}\right).$$

Интеграл в правой части уравнения  $J = \int_0^1 (1 - x)x^{\nu-2} dx = \frac{1}{\nu(\nu-1)}$ , поэтому окончательно имеем

$$A_p = 2\pi r \left(\frac{R_p}{\nu}\right) n_m \varepsilon^\nu. \quad (4)$$

Величина  $R_p/v$  равна средней высоте выступов. Тогда произведение  $2\pi r \left(\frac{R_p}{v}\right) n_m = 2\pi r Z_{cp} n_m = \Delta A_{mcp} n_m = A_m$ , где  $A_m = t_m A_n$  – суммарная площадь сечения всех выступов на уровне средней плоскости. Окончательно на основании уравнения (4) получим:

$$t_p = \frac{A_p}{A_n} = t_m \left(\frac{p}{R_p}\right)^v,$$

что совпадает с уравнением опорной кривой (1).

## 1.2. Расчет основных характеристик контакта

Рассмотрим расчет наиболее важных характеристик контакта с помощью модели Н.Б. Демкина на примере упругой деформации единичных неровностей контактирующих поверхностей.

Для наглядности рассмотрим контакт шероховатой поверхности с гладким плоским штампом (рис. 3).



Рис. 3. Схема контакта шероховатой поверхности с гладким плоским штампом: 00 – исходное положение штампа; mm – средняя линия профиля шероховатости

На основании полученного Г. Герцем решения контактной задачи для упругих тел с первоначальным касанием в точке среднее контактное давление на площадках фактического контакта можно представить в виде  $p_r = \frac{4}{3\pi} E^* \sqrt{\frac{\delta}{r}}$ , где  $E^*$  – эквивалентный модуль упругости [6]. Тогда нагрузка на единичный выступ

$$N_i = p_r \Delta A_{ri} = \frac{4}{3\pi} \cdot \frac{E^*}{\sqrt{r}} (p - Y)^{\frac{1}{2}} \pi r (p - Y) = \frac{4}{3} E^* \sqrt{r} (p - Y)^{\frac{3}{2}}, \quad (5)$$

где  $\Delta A_{ri} = \pi r \delta_i = \pi r (p - Y)$  – площадь единичного пятна контакта.

Распределение выступов по высоте в соответствии с формулой (3):

$$dn_r = n_m (v - 1) y^{v-2} dy.$$

Подставив значения  $N_i$  и  $dn_r$  в уравнение (5), получим

$$N = \int_0^\varepsilon \frac{4}{3} E^* \sqrt{r} R_p^{\frac{3}{2}} n_m (v - 1) (\varepsilon - y)^{\frac{3}{2}} y^{v-2} dy.$$

После преобразований имеем

$$N = \frac{4}{3\pi} E^* \left(\frac{R_p}{r}\right)^{\frac{1}{2}} \left[ \pi r \left(\frac{R_p}{v}\right) n_m \right] v(v-1) \varepsilon^{v+\frac{1}{2}} J_v,$$

где  $J_v = \int_0^1 x^{v-2} (1-x)^{\frac{3}{2}}$ ;  $x = y/\varepsilon$ .

Выражение в квадратных скобках равно половине суммарной площади сечения выступов на уровне средней плоскости  $A_m = 2\pi r Z_{cp} n_m$ , где  $Z_{cp} = R_p/v$ . В свою очередь  $A_m = t_m A_n$ . Интеграл  $J_v$  представляет собой бета-функцию  $B\left(\frac{5}{2}; v-1\right)$ . Введя обозначение  $K_1 = v(v-1)B\left(\frac{5}{2}; v-1\right)$ , запишем выражение для нагрузки на контакт:

$$N = \frac{4}{3\pi} E^* \left(\frac{R_p}{r}\right)^{\frac{1}{2}} \alpha t_m A_n K_1 \varepsilon^{v+\frac{1}{2}},$$

где для упругого контакта  $\alpha = 0,5$ .

Обозначив комбинацию  $\frac{4}{3\pi} E^* \left(\frac{R_p}{r}\right)^{\frac{1}{2}} = \Omega$ , получим

$$N = \alpha A_n t_m \Omega K_1 \varepsilon^{v+\frac{1}{2}}.$$

Выразим отсюда относительную деформацию:

$$\varepsilon = \left(\frac{N}{\alpha A_n t_m \Omega K_1}\right)^{\frac{1}{v+\frac{1}{2}}} = \left(\frac{p_n}{\alpha t_m \Omega K_1}\right)^{\frac{1}{v+\frac{1}{2}}}. \quad (6)$$

Относительную фактическую площадь контакта  $\eta_r = A_r/A_n$  найдем, подставив значение  $\varepsilon$  из формулы (6) в уравнение опорной кривой (1), учитывая, что при упругом контакте<sup>1</sup>  $\eta_r = \alpha t_p$ :

$$\eta_r = \alpha t_m \varepsilon^v = \left[ (\alpha t_m)^{\frac{1}{2v}} \cdot \frac{p_n}{\Omega K_1} \right]^{\frac{2v}{2v+1}}. \quad (7)$$

Среднее фактическое давление в упругом контакте шероховатой поверхности с гладкой плоскостью найдем из очевидного соотношения  $\frac{p_r}{p_n} = \frac{A_n}{A_r} = \frac{1}{\eta_r}$ :

$$p_r = (\Omega K_1)^{\frac{2v}{2v+1}} \cdot \left(\frac{p_n}{\alpha t_m}\right)^{\frac{1}{2v+1}}. \quad (8)$$

В формуле (8) комплекс  $\Omega$  и коэффициент  $K_1$  – постоянные величины для данного контакта, а второй сомножитель слабо зависит от нагрузки (номинального

<sup>1</sup> При упругом контакте по теории Герца площадь контакта единичного выступа  $\Delta A_{ri} = \pi r \delta_i$ , тогда как геометрическая площадь сечения выступа  $\Delta A_{si} = 2\pi r \delta_i$ . Отсюда  $\eta_r = \frac{A_r}{A_n} = \frac{\sum \Delta A_{ri}}{A_n} = \alpha t_p = \alpha \frac{\sum \Delta A_{si}}{A_n}$ , где  $\alpha = 0,5$ .

давления) – в степени 1/5–1/7. В результате при упругом контакте фактическое контактное давление слабо зависит от нагрузки.

При пластическом контакте фактическое контактное давление – величина постоянная, равная твердости (микротвердости) материала:  $p_r = H$ . Тогда очевидно, что фактическая площадь контакта в случае пластической деформации неровностей шероховатости  $A_r = \frac{N}{p_r} = \frac{N}{H}$ .

Из уравнения (1) степенной аппроксимации опорной кривой, считая, что при пластической деформации неровностей шероховатости  $A_r = A_p$ , получим для относительной деформации контакта

$$\varepsilon = \left( \frac{A_r}{t_m A_n} \right)^{\frac{1}{v}} = \left( \frac{N}{H t_m A_n} \right)^{\frac{1}{v}} = \left( \frac{p_n}{t_m H} \right)^{\frac{1}{v}}. \quad (9)$$

Уравнения (6)–(9) позволяют рассчитать основные характеристики дискретного контакта технических поверхностей в зависимости от характеристик их рельефа и физико-механических свойств материалов контактирующих деталей.

## 2. РАЗВИТИЕ МОДЕЛИ ДИСКРЕТНОГО КОНТАКТА ТЕХНИЧЕСКИХ ПОВЕРХНОСТЕЙ КРАГЕЛЬСКОГО – ДЕМКИНА

### 2.1. Фактическая и физическая площади дискретного контакта

Модель дискретного контакта Н.Б. Демкина и И.В. Крагельского с концепцией трех площадей контакта – номинальной (кажущейся), контурной и фактической – связана с принятым разделением отклонений реальных технических поверхностей от идеальной формы в зависимости от масштаба на макроотклонения, волнистость и шероховатость. Номинальная площадь определяется геометрическими размерами контактирующих деталей; контурная – деформацией контактирующих волн, а фактическая – деформацией контактирующих выступов шероховатости. Отсутствие соответствующего метрологического обеспечения измерения параметров рельефа поверхностей наномасштабного уровня не позволило авторам описываемой модели дискретного контакта распространить ее на так называемую субшероховатость и ввести понятие так называемой физической площади контакта (по терминологии авторов работы [7]).

Современные технические средства измерения параметров рельефа поверхностей на наномасштабном уровне, в первую очередь атомная силовая и сканирующая туннельная микроскопии, такую возможность предоставляют.

Под субшероховатостью подразумеваются неровности поверхности с высотой менее 25–30 нм [8]. Именно таковы минимальные значения высот неровностей, относящихся к микрошероховатости в большинстве международных и национальных стандартов. Нижняя граница высоты неровностей субшероховатости составляет примерно 2 нм. При меньших масштабах могут нарушаться постулаты, лежащие в основе механики сплошных сред, в частности гипотеза сплошности среды, соотношения между напряжениями и деформациями и т.д.

Величина физической площади контакта – наиболее важная характеристика с точки зрения технических приложений контактной механики, так как в конечном счете именно на площадках физического контакта происходят процессы адгезионного и фрикционного взаимодействий, локальное разрушение поверхностей (изнашивание), перенос электрического заряда (контактная электропроводимость) и тепловой энергии (контактная теплопроводность).

Влияние субшероховатости на характеристики контакта технических поверхностей проанализировано в работе [9] на основании концепции Крагельского – Демкина с помощью числовой модели дискретного контакта.

Исходные предпосылки теоретического анализа следующие. Рассматривается дискретный контакт поверхностей с неровностями двух масштабных уровней – шероховатость (первый масштабный уровень) и субшероховатость, или наношероховатость (второй масштабный уровень) (таблица). Соответственно площадь контакта, образованную суммой отдельных площадок контакта выступов первого уровня, будем называть по уже установившейся терминологии фактической площадью контакта  $A_f$ ; площадь контакта, образованную суммой отдельных площадок контакта выступов второго уровня, – физической площадью контакта  $A_r$ .

#### Параметры шероховатости и субшероховатости модельных поверхностей

Материалы контактирующих деталей	Шероховатость			Субшероховатость		
	$R_p$ , мкм	$r$ , мкм	$\nu$	$R_{ps}$ , нм	$r_s$ , нм	$\nu_s$
Сталь – сталь	1	100	2	10	200	2
			3			3

Общие параметры:  $t_m = t_{ms} = 0,5$ ;  $E^* = E_s^* = 10^{11}$  Па

*Примечание.*  $R_p$ ,  $R_{ps}$  – максимальная высота пика (выступа) профиля;  $r$ ,  $r_s$  – радиус кривизны вершин пиков профиля;  $t_m$ ,  $t_{ms}$  – относительная опорная длина профиля на уровне средней линии;  $\nu$ ,  $\nu_s$  – параметр степенной аппроксимации начального участка опорной кривой;  $E^*$ ,  $E_s^*$  – эквивалентный модуль упругости (см. п. 1.2). Индекс  $s$  относится к параметрам субшероховатости.

Результаты анализа иллюстрируются рис. 4, на котором представлены зависимости относительных площадей контакта – фактической  $\eta_r = A_r/A_n$  и физической  $\eta_f = A_f/A_n$  – от номинального контактного давления  $p_n$  ( $A_n$  – номинальная площадь контакта).

Как видно из рис. 4, различие фактической и физической площадей контакта может достигать полутора порядков при малых значениях номинального давления, уменьшаясь с ростом последних.

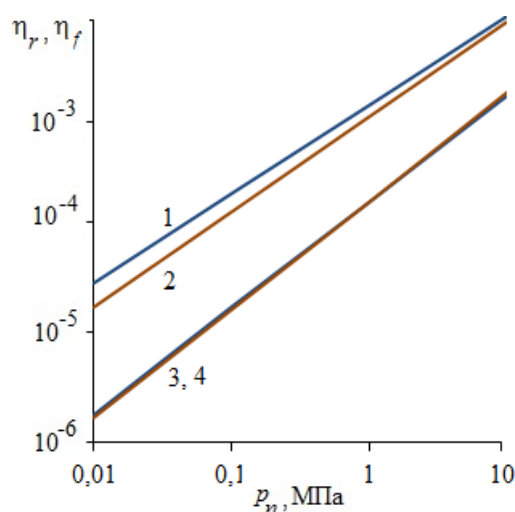


Рис. 4. Зависимости относительных фактической  $\eta_r$  (1, 2) и физической  $\eta_f$  (3, 4) площадей контакта от номинального давления; линии 1, 3 –  $\nu = 2$ ; линии 2, 4 –  $\nu = 3$

## 2.2. Дискретный контакт технических поверхностей с учетом адгезии

Адгезионное взаимодействие контактирующих поверхностей – одна из причин, зачастую главная, возникновения силы внешнего трения.

Классические модели дискретного контакта технических поверхностей, в том числе модель Крагельского – Демкина, не учитывали влияния адгезионного взаимодействия контактирующих тел.

Освоение современными технологиями наномасштабного уровня, тенденция к миниатюризации и микроминиатюризации технических устройств привели, в частности, к бурному развитию нанотрибологии.

На наномасштабном уровне поверхностные силы играют существенную, а порой и решающую роль в процессах контактного взаимодействия, поэтому специалисты в области механики и физики фрикционного контакта вновь обратились к основополагающим теориям адгезионного взаимодействия, разработанным еще в прошлом веке и известным как теория Джонсона – Кендалла – Робертса [10] (ДКР, или JKR, 1971 г.) и теория Дерягина – Муллера – Топорова [11] (ДМТ, или DMT, 1975 г.). Они не утратили актуальности до настоящего времени, широко цитируются и используются в современных теоретических моделях контактного взаимодействия.

Рассмотрим влияние адгезионного взаимодействия на характеристики дискретного контакта технических поверхностей на примере применения ДМТ-модели [12], которая в большей степени соответствует особенностям контакта металлических поверхностей, чем теория ДКР [13].

Относительная деформация контакта  $\varepsilon$  связана с номинальным контактным давлением  $p_n$  зависимостью [12]

$$p_n = t_m \left( \frac{2K_3}{3\pi} E^* \sqrt{\frac{R_p}{r}} \cdot \varepsilon^{\nu+\frac{1}{2}} - \frac{\nu\Delta\gamma}{R_p} \varepsilon^{\nu-1} \right), \quad (10)$$

где  $\Delta\gamma$  – энергия адгезии, остальные обозначения те же, что в п. 1.2. В общем случае  $\Delta\gamma = \gamma_1 + \gamma_2 - \gamma_{12}$ , где  $\gamma_1$  и  $\gamma_2$  – поверхностные энергии контактирующих тел;  $\gamma_{12}$  – энергия межфазной границы. Для одинаковых идеально сопряженных кристаллических решеток и атомарно чистых поверхностей контактирующих тел  $\gamma_{12} = 0$ ,  $\gamma_1 = \gamma_2$  и  $\Delta\gamma = 2\gamma_1 = 2\gamma_2$ .

При  $\Delta\gamma = 0$  (отсутствие адгезии) формула (10) совпадает с формулой (6) для модели Крагельского – Демкина.

Относительная фактическая площадь контакта связана с относительной деформацией уравнением опорной кривой  $\eta_r = \alpha t_m \varepsilon^\nu$ , поскольку в ДМТ-модели площадь контакта герцевская.

Характерный пример зависимости основных характеристик контакта от номинального давления согласно адгезионной модели дискретного контакта, основанной на ДМТ-теории, приведен на рис. 5. Расчет характеристик контакта выполнен для параметров микрогеометрии поверхности стальных концевых мер длины (так называемой плитки Иогансона), имеющих очень малую шероховатость.

Как следует из рис. 5, при малых значениях внешнего контактного давления  $p_n$  величины деформации и площади контакта существенно превышают герцевские значения из-за влияния адгезионных сил притяжения. По мере роста внешнего контактного давления роль адгезионных сил уменьшается и значения характеристик контакта все меньше отличаются от рассчитанных по классической модели дискретного контакта без учета влияния адгезии.

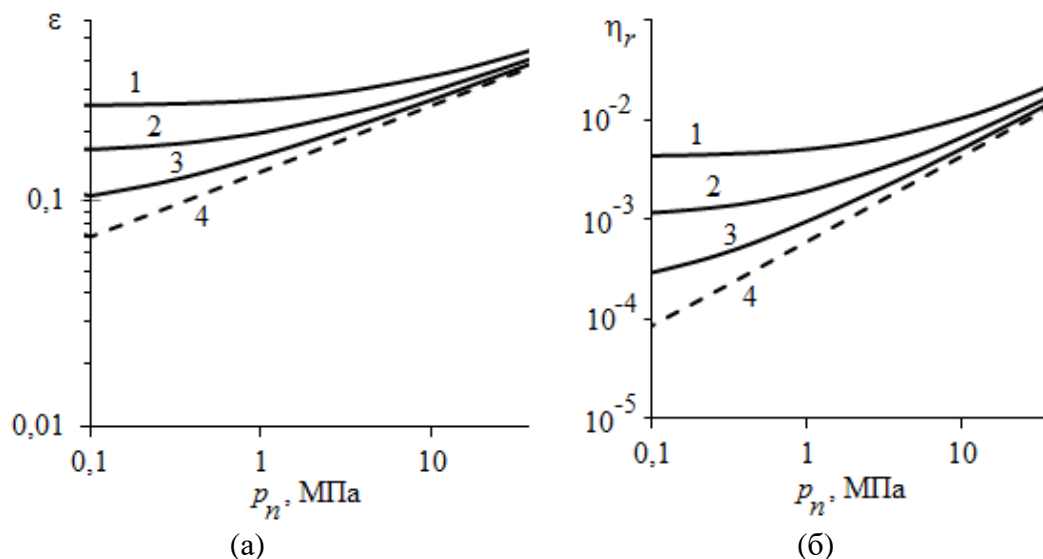


Рис. 5. Влияние адгезионных сил по ДМТ-модели: на относительную деформацию контакта  $\varepsilon$  (а); относительную площадь фактического контакта  $\eta_r$  (б); 1 – энергия адгезии  $\Delta\gamma = 0,5$  Дж/м<sup>2</sup>; 2 –  $\Delta\gamma = 0,25$  Дж/м<sup>2</sup>; 3 –  $\Delta\gamma = 0,1$  Дж/м<sup>2</sup>; 4 –  $\Delta\gamma = 0$  (контакт по Герцу)

### ЗАКЛЮЧЕНИЕ

Как отмечают авторы работы [7], модель дискретного контакта Крагельского – Демкина обладает достаточной гибкостью и простотой, что объясняет ее широкое распространение. Основные параметры модели определяются экспериментально и содержат достаточно обширную информацию о поверхности, что позволяет успешно применять ее к решению многих инженерных задач механики дискретного фрикционного контакта.

Достоинством модели является ее способность к модернизации по мере появления новых технических возможностей для исследования поверхности, как это показано в данной статье на примере учета влияния субшероховатости и адгезионного взаимодействия. Помимо этих примеров, модель Крагельского – Демкина была успешно применена к описанию дискретного контакта сферических и цилиндрических поверхностей [14], контактного взаимодействия в условиях больших номинальных давлений [15], процессам абразивного изнашивания и абразивной обработки материалов [16, 17].

### ЛИТЕРАТУРА

1. Демкин Н.Б. Фактическая площадь касания твердых поверхностей. М.: АН СССР, 1962. 112 с.
2. Kragelsky I.V., Demkin N.B. Contact area of rough surfaces // *Wear*. 1960. V. 3. Is. 3. P. 170–187.
3. Greenwood J.A., Williamson J.B.P. Contact of nominally flat surfaces // *Proceedings of the royal society of London. Series A. Mathematical and physical sciences*. 1966. V. 295. № 1442. P. 300–319.
4. Демкин Н.Б. Контактное взаимодействие шероховатых поверхностей. М.: Наука, 1970. 227 с.
5. Демкин Н.Б., Рыжов Э.В. Качество поверхности и контакт деталей машин. М.: Машиностроение, 1981. 244 с.

6. Измайлов В.В., Новоселова М.В. Основы механики и физики контактного взаимодействия, трения и изнашивания технических поверхностей: учебное пособие для вузов. СПб.: Лань, 2025. 172 с.

7. Свириденко А.И., Чижик С.А., Петроковец М.И. Механика дискретного фрикционного контакта. Минск: Навука і тэхніка, 1990. 272 с.

8. Григорьев А.Я. Физика и микрогеометрия технических поверхностей. Минск: Беларуская навука, 2016. 247 с.

9. Болотов А.Н., Измайлов В.В., Новоселова М.В. Теоретические и экспериментальные исследования процессов в триботехнических системах: монография / под общ. ред. В.В. Измайлова. Тверь: ТвГТУ, 2019. 164 с.

10. Johnson K.L., Kendall K., Roberts A.D. Surface energy and the contact of elastic solids // *Proceedings of the royal society of London. Series A. Mathematical and physical sciences*. 1971. V. 324. № 1558. P. 301–313.

11. Derjaguin B.V., Muller V.M., Toporov Yu.P. Effect of contact deformations on the adhesion of particles // *Journal of Colloid and Interface Science*. 1975. V. 53. P. 314–326.

12. Измайлов В.В. Расчет характеристик дискретного адгезионного контакта // *Трение и износ*. 2014. Т. 35. № 5. С. 518–526.

13. Shi X., Zhao Y.P. Comparison of various adhesion contact theories and the influence of dimensionless load parameter // *Journal of Adhesion Science and Technology*. 2004. V. 18. № 1. P. 55–68.

14. Demkin N.B., Izmailov V.V., Korotkov M.A. Estimation of the deformation of rough spheres and cylinders in compression // *Wear*. 1976. V. 39. № 1. P. 63–82.

15. Demkin N.B., Izmailov V.V. Plastic contact under high normal pressure // *Wear*. 1975. V. 31. № 2. P. 391–402.

16. Новикова О.О., Болотов А.Н., Новиков В.В. Моделирование износа пары трения «алмазосодержащая минералокерамика – керамика» // *Вестник машиностроения*. 2024. Т. 103. № 4. С. 299–304.

17. Болотов А.Н., Новиков В.В., Новикова О.О. Обработка технической керамики абразивным алмазным инструментом // *Вестник Тверского государственного технического университета. Серия «Технические науки»*. 2024. № 4 (24). С. 13–21.

**Для цитирования:** Измайлов В.В. Н.Б. Демкин и его вклад в развитие трибологии // *Вестник Тверского государственного технического университета. Серия «Технические науки»*. 2026. № 2 (30). С. 6–18.

## **N.B. DEMKIN AND HIS CONTRIBUTION TO THE DEVELOPMENT OF TRIBOLOGY**

V.V. IZMAILOV, Dr. Sc.

Tver State Technical University  
22, Af. Nikitin emb., Tver, 170026, e-mail: iz2v2@mail.ru

The model of discrete contact between technical surfaces, developed by Nikolai Borisovich Demkin and his scientific adviser Igor Viktorovich Kragelsky, is examined. This model made a significant contribution to the advancement of tribology. Due to its flexibility and relative simplicity, the model has become widely used in the theoretical description of various contact processes, including friction, wear, contact conductivity, contact stiffness, and

joint tightness. The model's underlying assumptions are formulated, and its application to calculating the key performance characteristics of contact joints – the actual contact area and contact deformation – is demonstrated. Examples of successful model development, taking into account new capabilities of surface research tools, are presented, including applications to calculating contact characteristics, taking into account adhesive interactions, the influence of nanoroughness, and others.

*Keywords:* technical surfaces, discrete contact, contact area, contact deformation, theoretical model.

Поступила в редакцию/received: 02.02.2026; после рецензирования/revised: 10.02.2026;  
принята/accepted: 11.02.2026

УДК 621.82

DOI: 10.46573/2658-5030-2026-2-18-40

## **ВКЛАД ТВЕРСКОЙ НАУЧНОЙ ШКОЛЫ ПО ТРИБОЛОГИИ В СОЗДАНИЕ И ИЗУЧЕНИЕ МАГНИТНЫХ СМАЗОЧНЫХ МАТЕРИАЛОВ**

А.Н. БОЛОТОВ, д-р техн. наук

Тверской государственный технический университет,  
170026, Тверь, наб. Аф. Никитина, 22, e-mail: alnikbltov@rambler.ru

© Болотов А.Н., 2026

Магнитные смазочные материалы (магнитные смазочные жидкости) представляют собой инструмент для создания инженерных систем следующего поколения – активных, адаптивных и высоконадежных. Их применение наиболее оправдано в специальной технике, где решающее значение имеют не стоимость, а уникальные функциональные возможности: герметичность, управляемость и работа в экстремальных условиях. В серийном машиностроении использование магнитных смазочных материалов пока сдерживается экономическими факторами, однако для ответственных узлов (аэрокосмическая отрасль, энергетика, прецизионное оборудование) оно весьма эффективно. Приведен краткий обзор исследований Тверской научной школы в области магнитных жидкостей, предназначенных для смазывания узлов трения машин. Практическое использование магнитных смазочных жидкостей способствует снижению износа деталей, улучшению энергоэффективности оборудования и повышению его надежности. Раскрыта взаимосвязь между химическим составом смазочных жидкостей, структурной стабильностью и их эксплуатационными свойствами, что позволяет целенаправленно разрабатывать композиции с заданными параметрами, адаптированными под различные условия работы узлов трения. Создан комплексный теоретико-экспериментальный базис для дальнейших исследований в области магнитных смазочных жидкостей. В фокусе внимания – влияние магнитного поля на физико-химические и триботехнические свойства традиционных и нанодисперсных магнитных масел. Особое значение придается анализу наноструктур и механизмов изменения смазочных характеристик под воздействием магнитного поля. Систематизированы основные достижения и обозначены перспективы развития магнитных смазочных жидкостей, что важно для улучшения эксплуатационных свойств в машиностроении и других отраслях.